

保険負債の評価：理論的検討

2007年9月12日

森平 爽一郎

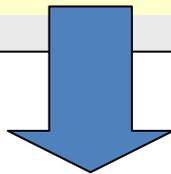
(もりだいら そういちろう)

早稲田大学 大学院 ファイナンス研究科

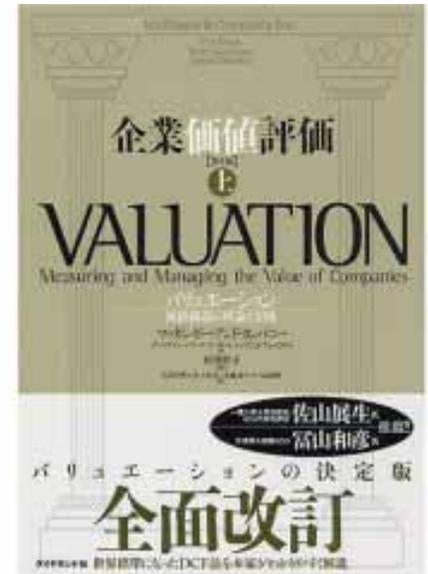
企業価値評価

債権者と株主に帰属すべき
キャッシュフロー（フリー・キャ
ッシュフロー）

加重平均コスト(WACC) = 負債の
コスト(金利?)と自己資本コスト
(期待株式投資収益率)を負債比
率と自己新比率で加重平均したも
の

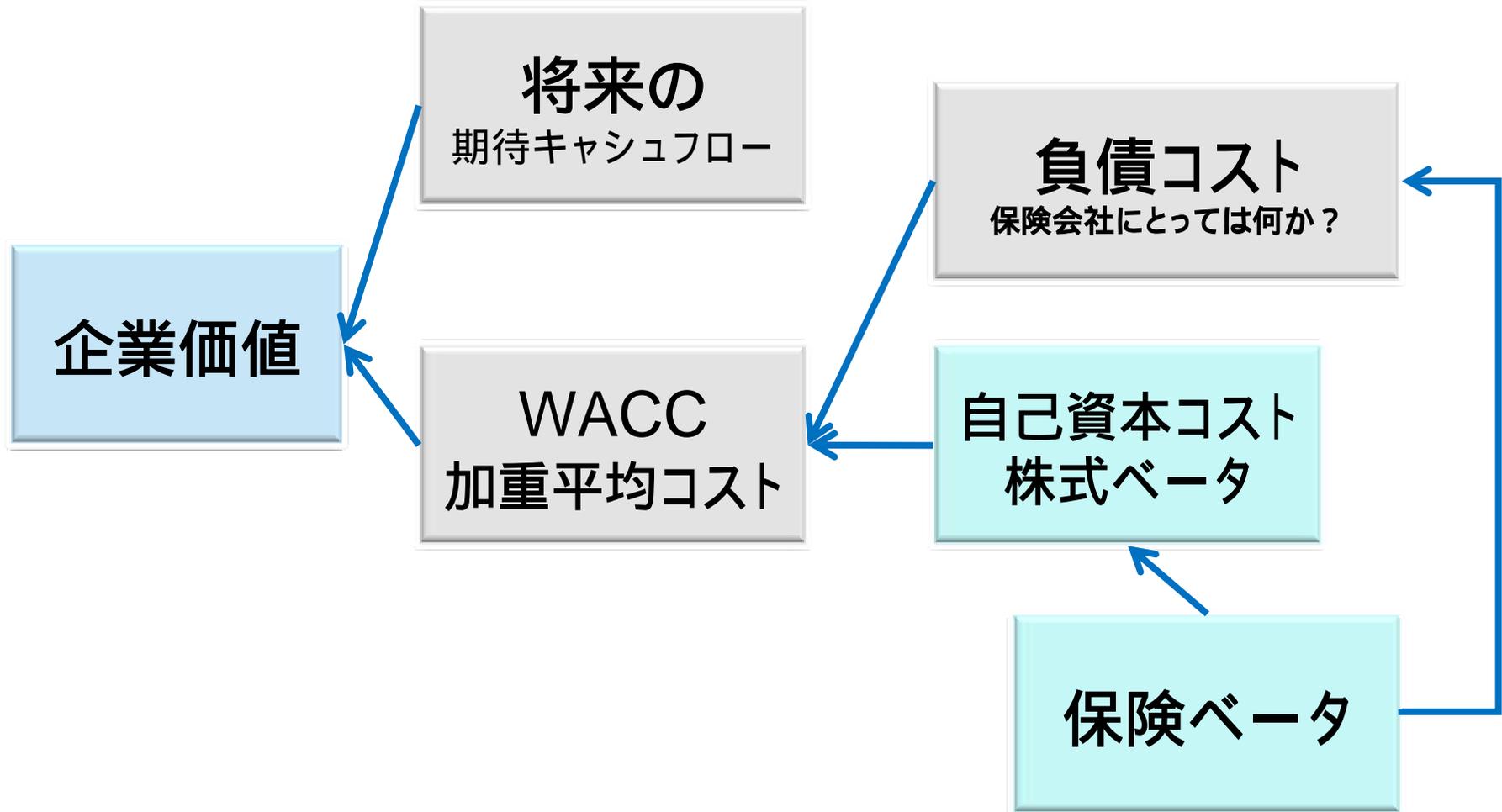


企業価値 特に保険会社にとっては？

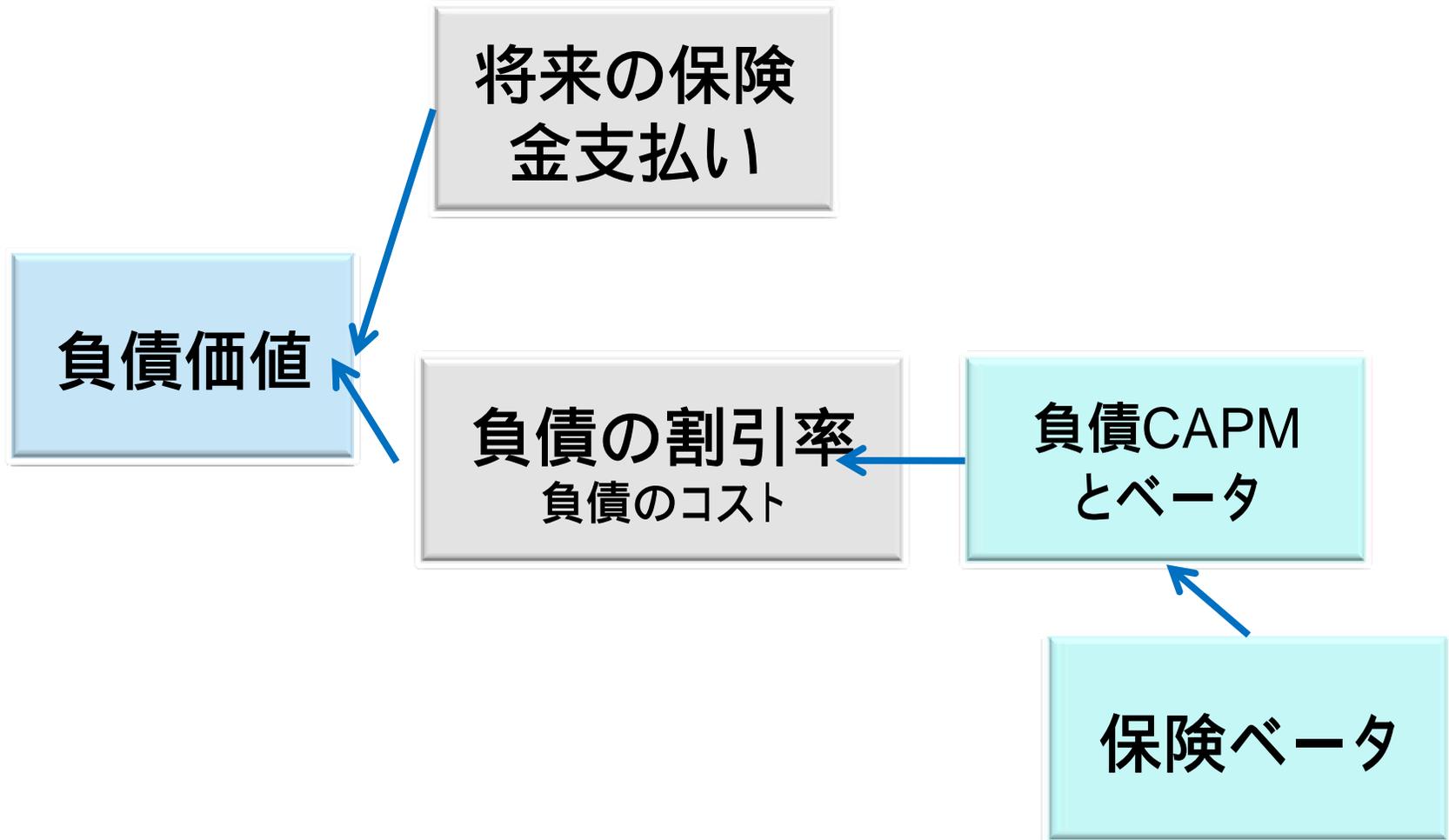


企業価値評価 第4版【上・下】
2006年、ダイヤモンド社

保険会社評価



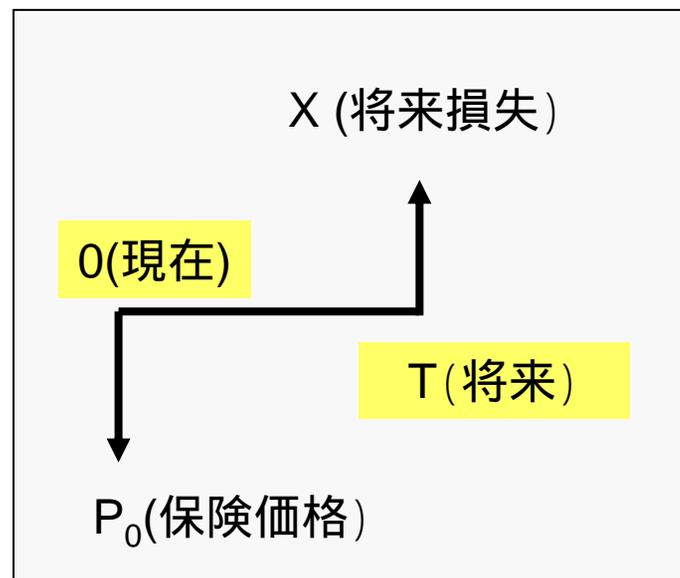
保険会社の負債評価



純料率(平均値)原理

注:確率測度 \mathbf{P} の下での期待値計算:その意味は後述

$$P_0 = \frac{1}{(1+r_F)^T} E_0^{\mathbf{P}} \left[\tilde{X}_T \right]$$



将来損失(X_T)の期待(平均)値を時点0で計算する。

伝統的な保険数理の考え方でこれは、「支相当原則:保険会社にとっての収入(P_0)と(期待)支出 $E[X_T]$ を等しくする」。

リスクはどうするのか？

分散原理とCAPM

分散原理

$$P_0 = \frac{E_0^P [\tilde{X}_1] + \theta \cdot Var(\tilde{X}_1)}{(1 + r_F)^1}$$

市場ポートフォリオとの共分散

CAPM

$$P_{i0} = \frac{E_0^P [\tilde{X}_i] + \lambda \cdot Cov(\tilde{X}_i, \tilde{R}_M)}{(1 + r_F)^1} \quad \lambda \equiv \frac{E_0^P [\tilde{R}_M] - R_F}{Var(\tilde{R}_M)}$$

リスク回避度：市場ポートフォリオの期待超過リターンとリスクの比

この二つを比較すると、

分散原理とCAPMにおけるリスク調整係数

リスク尺度；分散原理では「損失の分散」
CAPMでは「共分散」

保険負債の評価

- 損害保険負債
 - 契約は短期
 - 保険金支払額の分布問題
 - 異なる種目間での相関をどう考えるか？
- 生命保険、年金負債
 - 契約が長期
 - 金利の不確実性
 - 長期負債の確率分布をどう見るか？ 保険デリバティブの存在理由
 - 様々なオプション条項の評価をどうするか？

資産評価の三つの方法：

リスクをどう織り込むべきかで

1. リスク調整を行わない 自然確率(p)で期待値計算、無リスク金利で割り引く
2. 確実性等価法：リスクは分子の期待キャッシュフローに織込む。
3. リスク中立化法：リスクは分子の期待値を計算する場合の確率に織込む。
4. リスク調整済み割引率法：リスクは分子の割引率に織込む。

資産評価の三つの方法：

リスクをどう織り込むべきか つづき

1. 方法2、方法3、方法4のいずれを用いても、保険会社の価値はおなじである「はず」である。
2. リスクの調整方法が異なるだけ。
3. 三つの方法を統一的に説明する考え方、原理
プライシングカーネル法による評価
4. 方法がことなると、実際には異なる値を与える。実務上どうするかが問題！ 変額年金の評価

リスク調整を行わない 自然確率(p)

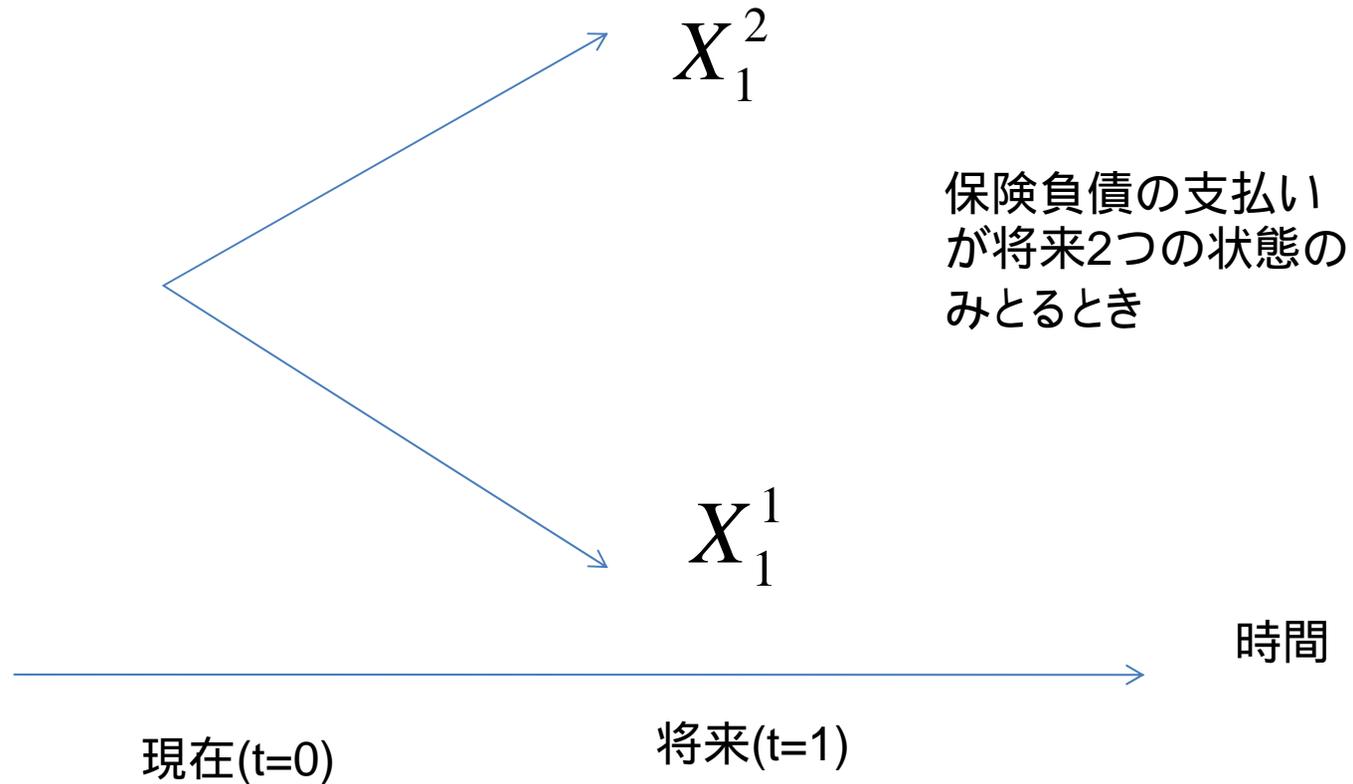
自然(実)確率 p を用いて期待キャッシュフローを計算する

$$V_0 = \frac{E_0^P [\tilde{X}_1]}{(1 + r_F)^1} = \frac{pX_1^2 + (1 - p)X_1^1}{(1 + r_F)^1}$$

修正すべき **リスクを価値にどう反映させるべきか？**

1. 分子に反映する 1-1) 確実性等価法(CE法) 1-2) リスク中立法 期待
値計算に反映
2. 分母に反映させる リスク調整済み割引率法(RADR法)

$$V_0 = \frac{E_0^P [\tilde{X}_1] - Z}{(1+r_F)^1} = \frac{[pX_1^2 + (1-p)X_1^1] - Z}{(1+r_F)^1}$$



確実性等価法

リスクは分子の期待キャッシュフローに織込む

加法モデル

$$V_0 = \frac{E_0^P [\tilde{X}_1] - Z}{(1 + r_F)^1} = \frac{[pX_1^2 + (1 - p)X_1^1] - Z}{(1 + r_F)^1}$$

価格表示のCAPMに他ならない

乗法モデル

← 期待値原理によるプレミアム決定と同じ考え

$$V_0 = \frac{\beta E_0^P [\tilde{X}_1]}{(1 + r_F)^1} = \frac{\beta [pX_1^2 + (1 - p)X_1^1]}{(1 + r_F)^1} \quad 0 < \beta \leq 1$$

Jarrow and Turnbull[1995]の信用リスクのある債券評価モデルで利用された方法と同じ。

CAPMの別の表現

確実性等価 (Certainty Equivalent)法

収益率ベース

$$E[R_i] = R_F + \beta_i (E[R_M] - R_F) \equiv R_F + \lambda \beta_i$$



$$\tilde{R}_i = \frac{\tilde{X}_i}{P_{i0}}$$

ここで

$$\lambda \equiv E[R_M] - R_F$$

収益率の定義を上のに式に代入する。ここで、 X_i はi番目の資産の不確実な将来キャッシュフローを表す。

価格ベース1: 確実性等価

$$P_{i0} = \frac{E[\tilde{X}_i] - \lambda \beta_i}{R_F}$$

分子は期待リターンから(リスクプレミアム×ベータリスク)を差引いたもの。確実性等価なキャッシュフローをあらわす。

確実性等価法 Oh and Kang[2004]

$$V_0 = \frac{E^P[L] - \lambda \beta_{l,M}}{1 + r_F}$$

負債の確実性等価

重要:もし負債ベータがゼロであれば、負債価値は期待負債額を無リスク金利で割り引いた現在価値

ここで

$$\lambda \equiv E^P[R_M] - R_F$$

$$\beta_{l,M} = \frac{\text{Cov}(L, R_M)}{\text{Var}(R_M)}$$

市場リスクプレミアム

負債額と市場ポートフォリオの収益率との共分散を市場収益率の分散で割った物。負債「額」ベータ

確実性等価法 Sherris[2006]

Sherris[2006]は、プライシング・カーネル(M)法(付録を参照)を用い、保険会社の負債(L)評価において、次のような評価式を提唱している

$$\begin{aligned} V_{L,0} &= E_0^P \left[\tilde{M}_1 \cdot \tilde{L}_1 \right] \\ &= E_0^P \left[\tilde{M}_1 \right] E_0^P \left[\tilde{L}_1 \right] + \text{cov} \left(\tilde{M}_1, \tilde{L}_1 \right) \\ &= E_0^P \left[\tilde{M}_1 \right] \left[E_0^P \left[\tilde{L}_1 \right] + \text{cov} \left(\frac{\tilde{M}_1}{E_0^P \left[\tilde{M}_1 \right]_1}, \tilde{L}_1 \right) \right] \\ &= \frac{E_0^P \left[\tilde{L}_1 \right] + \text{cov} \left(\frac{\tilde{M}_1}{E_0^P \left[\tilde{M}_1 \right]}, \tilde{L}_1 \right)}{(1+r_F)^1} \end{aligned}$$

保険金支払い債務の期待値

リスクプレミアムにあたる

リスク中立化法

- 完備市場の場合 変額年金問題
- 非完備市場の場合
 - 保険負債は市場で取引されていない
 - 資産価格のドリフト項が無リスク金利になるような条件が満たされていない。
 - リスク中立確率は、投資家のリスク選好を陽に考慮した確率にならざると得ない。
 - Essher変換、ワン変換など. 特に、資産評価と整合的な保険負債評価に関して、Wang[2000,2002]

リスク中立化法

リスクは分子の期待値を計算する場合の確率測度変換

リスク中立確率

$$V_0 = \frac{E_0^Q \left[\tilde{X}_1 \right]}{(1 + r_F)^1} = \frac{qX_1^2 + (1 - q)X_1^1}{(1 + r_F)^1}$$

分母でリスクはすでに調整されているので、無リスク金利(r_F)で割り引く

変額年金の評価で問題になった点。変額年金は、最低保障付きの投資信託と考えれば、リスク中立的評価でよい。

リスク中立化法 つづき

リスク中立確率はどう求めるのか？

もし、損失が、例のように、二つの値(ベルヌイ分布)しているときは、

$$q = p - \lambda \sqrt{p(1-p)}$$

ここで、 λ はシャープ比、
つまりリスク回避度

損失(負債)の標準偏差

保険数理では、様々な測度変換が提唱されてきた。たとえば

1. エッシャー変換
2. Wang変換、拡張Wang変換の重要性
3. エントロピー変換

リスク調整済み割引率法

リスクは分子の割引率に

$$V_0 = \frac{E_0^P [\tilde{X}_1]}{(1+r)^1} = \frac{pX_1^2 + (1-p)X_1^1}{(1+r)^1}$$

リスクを織り込んだ割引率として、何を用いるべきか？ 収益率ベースのCAPMを使おう。CAPMは株式(自己資本)評価のためにだけあるのではない。

$$[(1+r) = E[R]] = R_F + \beta(E[R_M] - R_F)$$

は、保険債務、保険会社の自己資本(株式資本)、保険会社の資産などの期待収益率。ベータもそれぞれ、負債ベータ、自己資本ベータ、保険資産ベータが必要になる。

保険負債ベータ: Fairly[1979]

$$\beta_E = (1 - t) (\beta_A (ks + 1) - ks \beta_L)$$

β_E = 保険会社の自己資本ベータ

β_A = 保険会社の資産ベータ

β_L = 保険会社の負債ベータ

T = 保険会社の法人税率

K = ファンド生成ファクター

s = 保険料対自己資本比率

Fairly[1979]は、保険負債ベータ $\beta_L = -0.21$ を得ている

保険負債の評価はどうあるべきか？

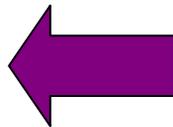
保険金支払い債務(L)の時価
評価は

$$V_{0,L} = \frac{E_0^P [\tilde{L}_1]}{R_F + \beta_L (E[R_M] - R_F)}$$

アメリカの損害保険会社の保険債務ベータ(β_L)はゼロに近い
何が起きるか。 $\beta_L=0$ であるのだから、

保険債務はあたかも無リスク
であるかのように考えて、無
リスク金利で割り引けばよい。

注意： 保険金支払いに不確
実性はあるが、その組織的件
はゼロである。保険金支払い
は「市場ポートフォリオ」と無
相関である。



$$\begin{aligned} &= \frac{E_0^P [\tilde{L}_1]}{R_F + 0 (E[R_M] - R_F)} \\ &= \frac{E_0^P [\tilde{L}_1]}{R_F} \end{aligned}$$

保険債務、保険資産ベータを CAPMで測ることができるのか？

- CAPMでは、資産(負債)の収益(変化)率、あるいは価格そのものが正規分布している。
- 保険債務分布は非対称、かつ裾が厚く、長い裾をもつ。このようなことを許容する資産価格決定モデルとして、

ここで、

$$E[r] = r_F + B(E[r_M] - R_F)$$
$$B \equiv \frac{\text{Cov}\left(r, -(1+r_M)^{-b}\right)}{\text{Cov}\left(r_M, \text{Cov}\left(R, (1+r_M)^{-b}\right)\right)}$$
$$b = \frac{\ln E[1+r_M] - \ln(1+r_F)}{\text{Var}\left(\ln E[1+r_M]\right)}$$

Rubinstein, Mark. "The Valuation of Uncertain Income Streams And The Pricing of Options," *Bell Journal of Economics*, 1976, 7(2), 407-425.

は期待超過リターンで、投資家のリスク回避度をあらわす。

保険債務、保険資産ベータを CAPMで測れるのか？

- Obrien[2004]は、保険債務の時価評価にあたり、伝統的なCAPMとRubinsteinモデルを用いたときの比較をおこなっている。

O'Brien Thomas J., "Asset Pricing of Insurance Loss Liabilities: Some Examples," *Financial Markets, Institutions and Instruments*, 13(4), 2004, 147-72.

保険債務が市場ポートフォリオと負の相関を持っているときは、保険債務の割引レートは無リスク金利以下になる。特に、正の共歪度 (Co-skewness) を保険債務が持っているとき、割引率は、CAPMでもとめたレートよりもより低くなる。保険債務は多めに見積もられる。このことは、株主にとってのリターンは、市場ポートフォリオと「負の共歪度」を意味するから、株主はより高いリターンを要求する。

逆に、保険債務が市場ポートフォリオと正の相関を持つと、「ヘッジ効果」により、割引率は無リスク金利以上になる。負債価値は低めに算出される。

保険支払いは多期間である D'arcy[1998]

$${}_t DLR = \sum_{t=0}^{n-2} \sum_{j=t+2}^n \frac{{}_t P_{t-1,j}}{(1+d_t)^{j-i-1}}$$

$$r_{DLR,t-1} = - \left[\frac{\left(\sum_{i=0}^{n-2} P_{t-1,i+2} \right) + {}_{t+1} DLR - {}_{t+1} DLR_{t+1}}{{}_t DLR} - 1 \right] \quad \text{t+1期の収益率}$$

をもとにして、上のt+1収益率と市場ポートフォリオとの間の共分散、負債ベータを用いて、負債を評価する。もし、 d_t が変化しないのであれば、

$$d_t = r_F + \beta_{DLR} \left(E[r_M] - r_F \right)$$

税率を考慮したときの保険CAPM

$$E[\tilde{r}_U] = -k \cdot s \cdot r_F \left(\frac{1-t_i}{1-t_u} \right) + \beta_u [E[\tilde{r}_M] - r_F] + r_F \left(\frac{t_i/s}{1-t_u} \right)$$

t_i =投資収益に対する税率、 t_u = 元受収益に対する税率、 s =保険料対自己資本比率=(1-e)

裁定評価理論 (APT) を基にした 保険ベータ推定

$$E[\tilde{r}_U] = \lambda_0 k \left(\frac{1-t_i}{1-t_u} \right) + \sum_{l=1}^K \lambda_l \beta_l + \lambda_0 \left(\frac{t_i/s}{1-t_u} \right)$$

デフォルトの可能性のある保険会社の 元受ベータ

$$E[\tilde{r}_U] = -r_F + \lambda[\beta_u + \beta_{DOV}] - E\left[\frac{DOV}{P_0}\right]$$

$$\lambda \equiv E[\tilde{r}_M] - r_F \quad \beta_{DOV} \equiv \frac{Cov(DOV/P, \tilde{r}_M)}{Var(\tilde{r}_M)} \quad \beta_u \equiv \frac{-Cov(X_1, \tilde{r}_M)}{Var(\tilde{r}_M)}$$

$$DOV = Max\left[0, -\{(K_0 + P_0)(1 + \tilde{r}_I) - \tilde{X}_1\}\right]$$

は、デフォルトオプション価値

Yueyun Chen, "Capital Asset Pricing Models with Default Risk: Theory and Applications in Insurance," *International Advances in Economic Research*, 9(1), 2003

推定結果

種目	保険CAPM による期待 収益率	保険APTに よる期待収 益率	実績収益率	目標収益率
火災	-0.30	-1.76	3.76	4.00
家屋	-0.60	-1.90	-2.44	6.00
企業	-2.95	-2.77	-0.64	4.00
自動車(自賠償)	-4.08	-5.78	-8.30	5.00
自動車(車両)	-1.43	-1.59	-0.24	5.00
加重平均	-3.10	-2.69	-3.41	4.97

推定結果は、Urrutia[1987]の表1と表2による。推定データは、1978-1982年。第4列はこの期間のアメリカの実績元受収益率、第5列は伝統的にアメリカの損害保険業界において望ましいとおもわれる元受収益率

平均-LPM(下方リスク尺度)を考慮した CAPM

Larry A. Cox and Gary L. Griepentrog, "Mean-lower Partial Moment Asset Pricing and the Regulation of Property Liability Insurance Rates," *Insurance: Mathematics and Economics*, 7(3), (October 1988), 201-210

$$\bar{R}_E^G = R_F + \beta_E(\bar{R}_M - R_F), \quad (\text{A.1})$$

where

\bar{R}_E^G = expected mean governed rate of return on the P-L insurer's equity,

R_F = rate of return on the riskless asset,

\bar{R}_M = expected mean rate of return on the market portfolio,

$$\beta_E = CLPM_{R_F}(R_M, R_E) / LPM_{R_F}^2(R_M),$$

$$CLPM_{R_F}(R_M, R_E)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{R_F} (R_M - R_F)$$

$$\times (R_E - R_F) dF(R_M, R_E),$$

$F(R_M, R_E)$ = bivariate probability distribution function of R_M and R_E ,

$$LPM_{R_F}^2(R_M) = \int_{-\infty}^{R_F} (R_M - R_F)^2 dF(R_M), \text{ and}$$

「リターンが無リスク金利以下になる」ことをリスクと考えたときのCAPM

損害保険会社に対する保険ベータの 推定結果

Table 3
Estimates of E-V and E-L underwriting betas. ^a

Insurer	Subperiod 1		Subperiod 2		Subperiod 3	
	E-V	E-L	E-V	E-L	E-V	E-L
Baldwin & Lyons	1.516	1.646	0.101	0.293	-0.739	-1.213
CNA Financial	0.061	-0.244	-0.058	-0.122	-0.694	-1.498
Chubb	-0.087	-0.327	-0.125	0.128	-0.982	-1.524
Continental	-0.771	-1.055	-0.540	-0.466	-1.167	-1.724
Crum & Forster	0.029	-0.087	-0.157	-0.244	-0.319	-0.711
Employers Casualty	0.002	-0.092	-0.235	0.298	-0.285	-0.577
GEICO	0.665	0.518	-0.002	0.700	0.185	-0.356
General Re	0.546	1.478	0.532	1.002	-0.289	-1.342
Hanover	0.044	-0.066	0.029	-0.087	-0.347	-0.737
INA	-0.296	-0.357	-0.340	-0.270	-0.920	-1.762
Kemper	-0.035	0.029	-0.019	0.051	-0.921	-1.729
Mission	1.236	1.258	0.416	0.627	0.063	-0.673
Ohio Casualty	0.507	0.227	0.199	0.353	-0.227	-0.647
Progressive	1.177	0.845	0.309	0.202	0.171	-0.637
Republic Financial	0.272	0.214	0.114	-0.043	-0.133	-0.738
SAFECO	-0.344	-0.223	-0.095	0.059	-0.604	-1.162
St. Paul	-0.096	-0.181	0.101	0.356	-0.853	-1.454
USF&G	-0.349	-0.493	0.069	-0.009	-0.595	-0.966
United Fire & Cas.	-0.036	-0.083	0.040	-0.128	-0.191	-0.594
Western Casualty	0.245	-0.018	-0.021	-0.088	-0.483	-0.796
Zenith national	0.227	0.196	-0.186	-0.284	1.941	1.266
Mean	0.219	0.152	0.006	0.083	-0.352	-0.932

^a Subperiod 1: January 1972 – June 1975; Subperiod 2: July 1975 – December 1978; Subperiod 3: January 1979 – June 1982.

割引金利の不確実性

生命保険負債は長期契約

- 長期の生命保険負債キャッシュフローを現在価値に割り戻すときの金利の不確実性をどう考えるか？
- 現在のフォワードレートカーブを信じることができるか？
- 長期の割引率は重要でないか？
- どのような金利モデルが必要なのか？
- Dybig他[1996,2001]での議論が参考になる。

大数法則は成り立っているのか？

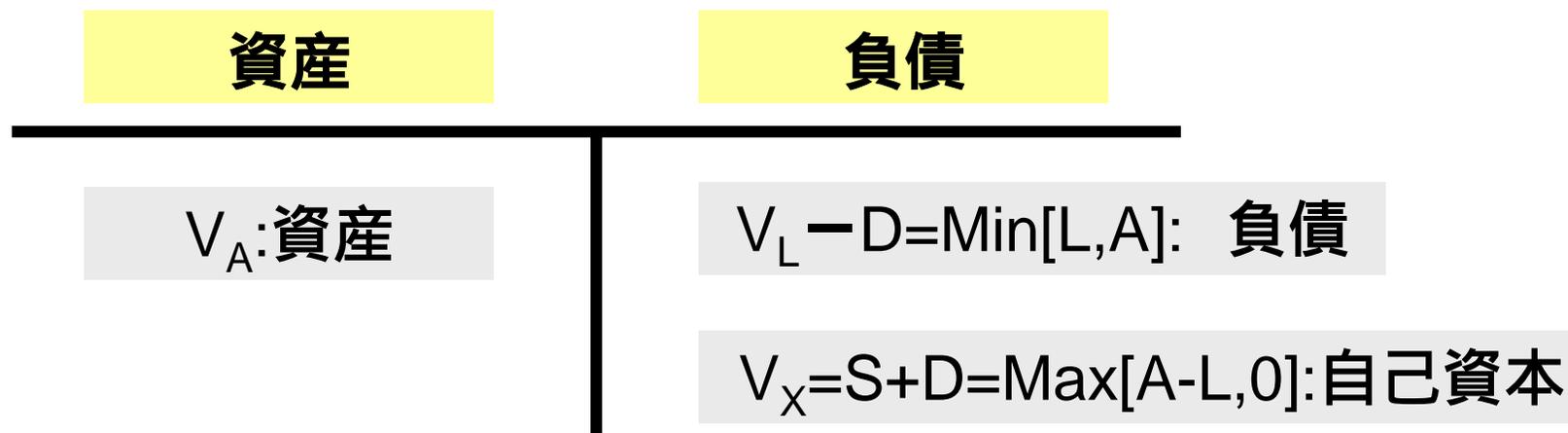
- 長期的な生保負債リスク
 - 死亡率、生存率の不確実性：
 - ドリフトの不確実性
 - ジャンプの可能性
- もし負債ベータがゼロであれば、負債支払いの不確実があったとしても、あたかも無リスクであると考えても良かった。

保険はオプションのパッケージである Smith[1982]ほか

- 保険そのものはプットオプション
- 企業負債は企業資産に関するプットオプション。デフォルトオプション価値をどう評価するか？
- 保険、特に生命保険契約で重要なオプション
 - 契約更新
 - 解約
 - 契約者貸付け
- 保険の金融資産としてのオプション
- これらを保険負債の評価において考慮する必要がある。
 - 保険負債は取引されていない: 非完備市場の問題
 - これらは長期のオプション契約
 - これらのリスクの一部は金利オプションとみなすことができる。
 - 「非合理的な」行動

倒産の可能性のある時の 保険会社の企業価値

Sherris[2006]、Myers and Read[2001]



株式価値 (V_X) = サープラス (S) + デフォルト・オプション (D)

$$= V_A - (V_L - D) = sV_L + D > 0$$

企業(株主、自己資本)価値はこのデフォルトオプションを考慮に入れて計算する必要がある。

たとえば、倒産オプション

倒産リスク、すなわち、保険会社の資産が保険金支払い債務以下になる可能性を考える。株主は倒産するオプションを持っている。

被保険者(債務者)が支払う保険料は、保険債務の価値からこの倒産オプション価値(D)を差し引いたもの

$$\begin{aligned} D &= \frac{E_0^Q \left[\text{Max}(\tilde{L}_1 - \tilde{A}_1, 0) \right]}{1 + r_F} \\ &= \frac{E_0^Q \left[\tilde{L}_1 - \tilde{A} \mid \tilde{L}_1 - \tilde{A} > 0 \right] \Pr^Q(\tilde{L}_1 - \tilde{A} > 0)}{1 + r_F} \\ &= \frac{E_0^Q \left[\tilde{L}_1 - \tilde{A} \mid \left(\frac{\tilde{A}}{\tilde{L}_1} \right) < 1 \right] \Pr^Q \left(\left(\frac{\tilde{A}}{\tilde{L}_1} \right) < 1 \right)}{1 + r_F} \end{aligned}$$

行使価格が不確実なコールオプション、あるいは二つの資産(負債を資産に)の交換オプション、とみなすことができる。

重要なインプリケーション

- 資産価値と負債価値が相関を持つときは、負債の評価を単独でできない。
- 保険負債CAPMは、この点を負債ベータを通事で間接的に考慮している。

例：解約オプション

- 解約問題
 - － 解約行動の計量経済学モデル
 - マクロレベルでの解約率の測定
 - ミクロレベルでの解約確率の測定
 - － 解約オプションの評価モデル
- 早急に解約・更新、契約者貸付けなどのデータベースを整備する必要がある。

参考文献

1. Albizzati, Marie-Odile and Helyette Geman. "Interest Rate Risk Management And Valuation Of The Surrender Option In Life Insurance Policies," *Journal of Risk and Insurance*, 1994, 61(4), 616-637.
2. Babbel David F., Jeremi gold, and Craig B. Merrill, "Fair Value of Liabilities: The Financial Economics Perspective, " *NAAJ*, (September,2001), 6(1), 12-27.
3. Brown, David T., Philip H. Dybvig and William J. Marshall. "The Cost and Duration of Cash-Balance Pension Plans," *Financial Analyst Journal*, 2001, 57(6,Nov/Dec), 50-63.
4. D'Arcy, Stephen P. "Use of The CAPM To Discount Property-Liability Loss Reserves," *Journal of Risk and Insurance*, 1988, 55(3), 481-491.
5. D'arcy Stephen P. and Neil A. Doherty, *The Financial Theory of Pricing Property-Liability Insurance Contracts*, Huebner Foundation Monograph No.15, 1988.
6. Dybvig, Philip H. and William J. Marshall. "Pricing Long Bonds: Pitfalls And Opportunities," *Financial Analyst Journal*, 1996, 52(1,Jan-Feb), 32-39.

参考文献 続き

7. Grosen, Anders and Peter Lochte Jorgensen. "Fair Valuation Of Life Insurance Liabilities: The Impact Of Interest Rate Guarantees, Surrender Options, And Bonus Policies," *Insurance: Mathematics and Economics*, 2000, 26(1, Feb), 37-57.
8. Grosen, Anders and Peter Løchte Jørgensen, "Life Insurance Liabilities at Market Value: An Analysis of Insolvency Risk, Bonus Policy, and Regulatory Intervention Rules in a Barrier Option Framework," *Journal of Risk and Insurance*, (March, 2002), 69(1), 63-91.
9. Oh Kiseok and Han B. Kang, "A Discrete Time Pricing Model for Individual Insurance Contracts," *Journal of Insurance Issues*, (Spring, 2004), 41-65.
10. Smith, Michael L. "The Life Insurance Policy As An Options Package," *Journal of Risk and Insurance*, 1982, 49(4), 583-601.
11. Wang, Shaun S. "Universal Framework for Pricing Financial and Insurance Risks," *Astin Bulletin*, 2002, 32(2), 213-234
12. Wang, Shaun S. "A Class of Distortion Operators for Pricing Financial And Insurance Risks," *Journal of Risk and Insurance*, 2000, 67(1, Mar), 15-36.