



Financial Research and Training Center

Discussion Paper Series

内部格付手法における回収率・
期待損失の統計型モデル
—実績回収率データを用いた EL・
LGD 推計—

三浦 翔 山下 智志 江口 真透

DP 2009-9

2010年3月

金融庁金融研究研修センター
Financial Research and Training Center
Financial Services Agency
Government of Japan

本ディスカッション・ペーパーの内容や意見は、全て執筆者の個人的見解であり、金融庁あるいは金融研究研修センターの公式見解を示すものではありません。

内部格付手法における回収率・期待損失の統計型モデル*

— 実績回収率データを用いたEL・LGD推計 —

三浦 翔[†]

山下 智志[‡]

江口 真透[§]

概要

2007年3月から邦銀に対してバーゼルII(新BIS規制)の適用が始まった。基礎的内部格付手法(FIRB, Foundation Internal Ratings-Based approach)から先進的内部格付手法(AIRB, Advanced Internal Ratings-Based approach)への移行に際して推計値が必要とされる債権回収率(RR, Recovery Rate)、またはデフォルト時損失率(LGD, Loss Given Default)の推計精度の向上が求められている。しかし、債権回収のデータベースの構築が充実していないことや、債権回収途中のデータの取り扱いなどに対する一般的な手法が確立されておらず、いまだに回収率推計モデルの研究は進んでいない。

本研究においては、内部格付の低下(要注意から要管理への変更)によりデフォルトを定義した場合の、担保や保証協会による保証などを勘案した回収率推計モデルの構築を行った。モデルのパラメータ推計には銀行の格付および回収実績データを用いている。また、実際の回収が長期間にわたることや、正常格付への復帰の影響を考慮することによって、より実際の回収を反映したモデリングを提案する。

その結果、担保カバー率、保証カバー率が回収率の有力な要因であることがわかり、それらの関数としてEL(Expected Loss)が推計可能であることを示すことにより、実データによる内部格付手法に応じた信用リスクの計量化を実現した。

キーワード：信用リスク、内部格付手法、債権回収率、LGD (Loss Given Default)、EL (Expected Loss)

*本稿は執筆者の個人的な見解であり、金融庁及び金融研究研修センターの公式見解を示すものではない。

[†]総合研究大学院大学・博士課程、金融庁金融研究研修センター・専門研究員 (E-mail:kmiura@ism.ac.jp)

[‡]統計数理研究所、金融庁金融研究研修センター・特別研究員 (E-mail:yamasita@ism.ac.jp)

[§]統計数理研究所 (E-mail:eguchi@ism.ac.jp)

1 はじめに

1.1 バーゼル II における信用リスク

2007年3月末より、日本国内において、自己資本比率の測定と基準に関する国際的統一化であるバーゼル II (新 BIS 規制) の適用が始まった。これに伴い、各行はリスク計測手法を規制の枠組みの中で選択が可能となった。バーゼル II における信用リスクの計測手法に関しては、Basel II (2004) に詳しい。信用リスクは、デフォルト確率 (PD, Probability of Default)、デフォルト時損失率 (LGD¹, Loss Given Default)、デフォルト時エクスポージャー (EAD, Exposure At Default) の3つのパラメータによって定義されており、各銀行は当局によって定められた固定の値を用いる手法 (標準的手法) とそれぞれのパラメータを推計する手法 (内部格付手法) のいずれかを選択することが可能となった。内部格付手法は、各行でリスク・ウェイトを推計し、各パラメータの値を求める。内部格付手法においてはさらに2つの選択肢があり、基礎的内部格付手法 (FIRB, Foundation Internal Ratings-Based approach) においては、PD のみの推計を要求されるのに対し²、先進的内部格付手法 (AIRB, Advanced Internal Ratings-Based approach) においては、PD の推計にとどまらず、LGD と EAD の推計が要求される。本稿においては、AIRB への移行を目指して、LGD(回収率) 推計を目的とした手法を提案する。

LGD は3つの種類に大別される。それぞれ、Market LGD、Implied LGD、そして、Workout LGD である。Market LGD は、デフォルト企業が発行していた債権の市場価格のことである。欧米には、デフォルト債権の市場が存在するため、LGD 推計のモデルもこの種類の LGD の推計を目的として発展してきた。Implied LGD は、Jarrow and Turnbull (1995) や、Duffie and Singleton (1999) のようなハザード率過程モデルにおいて、LGD を明示的に表現したモデルを仮定したときに、市場価格との整合性を有するために満たすべき LGD の値である。Workout LGD は、デフォルト後に実際の回収を通じて得られたキャッシュフローの結果から得られる値である。これら3つの LGD で、デフォルト債権の市場の存在しない日本の状況を考えると、市場価格が存在することを前提とした、Market LGD は適用できず、Implied LGD はデフォルトしていない一般の社債や CDS によって推計が可能であるものの、実データを用いて LGD の推計を行うというバーゼル II の必要要件を満たしていないと考えられる。また、融資業務における回収はそのほとんどが Workout で行われているにも関わらず、Workout LGD の一般的な推計手法が確立されていないのが現状である。

¹一般的に、LGD と回収率 (RR, Recovery Rate) は、 $RR=1-LGD$ の関係にある。

²リテール債権に関しては、PD だけでなく LGD、EAD の推計も必要となる。

1.2 3つのモデルにおけるPD推計、及びLGD(回収率)推計

以降では、PD推計と回収率推計に用いられているモデルを、1. 構造型モデル、2. ハザード率過程モデル、3. 統計モデル、の3つに大別し、それぞれの特徴等を述べる³。

1. 構造型モデル (Structural Approach)

構造型モデルの特徴は、企業価値がある確率過程に従って変動し、閾値(負債額等)を下回るとデフォルトが発生すると仮定する点である。信用リスク分野における構造型モデルの代表的なモデルとして、Merton (1974) が挙げられる。Merton (1974) は、企業価値の変動が幾何ブラウン運動に従うと仮定し、満期時点においてデフォルト閾値を下回った企業がデフォルトであると仮定した。Merton のモデルを用いた場合、債権回収額はデフォルト時の企業価値を回収可能額とすることにより、回収率も推計が可能だとしている (Altman, Resti and Sironi, 2001)。Pykhtin (2003) においては、企業価値の変動に加え、企業価値と正の相関をもつ担保資産価値の変動を仮定し、担保付融資の期待損失を求めている。これらのモデルは、満期時点のみの企業価値とデフォルト閾値の関係によってデフォルトが定義されている点が現実的ではないとの考え方から、より改良されたモデルが研究されている。例えば、満期前であっても企業価値がデフォルト閾値を下回った瞬間にデフォルトが発生すると仮定したモデル (初期到達モデル、First Passage Time Model) として、Black and Cox (1976)、Longstaff and Schwartz (1995) などが挙げられる。初期到達モデルの回収率の推計においては、企業価値の変動の過程にジャンプ拡散過程を仮定するモデル (Zhou, 2001) やデフォルト境界がある確率分布に従うと仮定するモデル (敦賀・山下, 2007) などの先行研究がある。

2. ハザード率過程モデル (Intensity Process Approach)

Jarrow and Turnbull (1995) や、Duffie and Singleton (1999) に代表されるハザード率過程モデルの特徴は、各企業のデフォルト確率がハザード率で定義され、企業のデフォルトは外性的に (ハザード率の確率に従って) 発生すると仮定するものである。構造型モデルにおいては企業のデフォルトは企業価値と閾値 (例えば、負債額) の関係性から内性的に発生すると仮定した点で大きく異なる。従来、ハザード率過程モデルは社債価値が既知のもとで社債や CDS (Credit Default Swap) のリスクプレミアムのスプレッドの評価を行うものとして研究が行われてきた。その際、ハザード率過程モデルのモデル式には回収率をパラメータとして、回収率を固定値と仮定することが多

³以下では簡単に PD 推計や回収率推計のモデル、及び分析結果を述べているが、Altman (2006) においては、より詳細にこれらのサーベイを行っている。

かった。逆に、ハザード率(デフォルト確率)を既知とすると回収率を推計できるだけでなく、ハザード率と回収率に対する2つの連立方程式を解くことによってハザード率と回収率を同時に推計する研究も行われている。例えば、Jarrow(2001)や山下・木原(2004)においては、株式を発行体の満期のない社債とみなし、ハザード率過程モデルの連立方程式によってハザード率と回収率の同時推計を行っている。また、Kijima and Miyake(2004)においては、ハザード率と短期金利にOU(Ornstein-Uhlenbeck)過程を仮定し、不動産担保付の債権の回収率を推計することによって、与信債権の価値を評価している。

3. 統計モデル (Statistical Approach)

統計モデルによるPD推計の統計モデルは、ロジットモデルが一般的である(Martin(1979)など)。統計モデルによるPD推計は、実務的には一般的な手法といえる。その理由として、構造モデルやハザード率過程モデルに比べ数学的に扱いやすいことに加え、PDの推計に(ホールセール与信、リテール与信ともに)必要とされる最低5年間の観測期間を有するデータを用いてパラメータ推計を行うという、バーゼルIIの定める必要最低条件の達成が容易であることが考えられる。以降では、回収率推計の実証分析の先行研究の結果を紹介する。

Asarnow and Edwards(1995)においては、米国シティバンクの24年間にわたる債権回収率を分析している。その結果、回収率の分布は双峰型(2つのピークをもつ分布)であり、債権額と回収率の間に負の相関があるが、統計的には有意ではないことを示している。Felsovalyi and Hurt(1998)では、ラテンアメリカのシティバンクの債権回収率を分析し、Asarnow and Edwards(1995)と同様に回収率の分布は双峰型であること、債権額と回収率には負の相関があると述べている。Eales and Bosworth(1998)においては、オーストラリアの中小企業や比較的規模の大きい個人債権の回収率の推計を行っている。彼らは、債権規模は回収率にそれほど大きな影響を与えないが、中規模の債権者に比すると大規模・小規模の債権者の回収率が高いとの結果を述べている。Araten *et al.*(2004)は米国JPモルガン・チェース銀行の1982年から18年間にわたる債権回収データの分析を行っている。結果として、やはり回収率の分布は双峰型であること、担保つき債権は無担保債権よりも大きな回収率が得られること、そして、無担保債権の回収率は担保つき債権よりも景気循環に対して回収率の変化が大きくなることなどを示した。Franks *et al.*(2004)は、欧州3ヶ国(イギリス、フランス、ドイツ)の回収データを分析し、回収率の分布が双峰型に従うこと、企業規模と回収率は相関が無く、銀行との取引の長さが回収率と正の相関があることなどを示した。Dermine and Carvalho(2006)は、ポルトガルの銀行の有する債権回収データを用いて分析し、担保と回収に相関があること、債権額の大きさと回収率の間に負の相関があること、また、業種や企業の存続年数と回収率間の関係性を検証している。伊藤・山下(2007)においては、3つの保証

協会の代位弁済における回収率を推計するモデルを考察し、回収率は双峰型であること、回収率は担保や保証に依存するだけでなく、デフォルト以前の財務データおよび業種にも依存することを示している。Grunert and Weber (2009) ではドイツの債権回収データを用いて、担保カバー率の高さが高い回収率につながることを示している。以上の回収率の先行研究を簡単にまとめたものを表 1 に示す⁴。

表 1: 回収率に関する先行研究

著者	対象国	観測期間	回収率平均 (%)	債権者数
Asarnow and Edwards (1995)	USA	1970-1993	65.2	831
Felsovalyi and Hurt (1998)	LA	1970-1996	68.0	1149
Eales and Bosworth (1998)	AU	1992-1995	69.0	5782
Araten <i>et al.</i> (2004)	USA	1982-1999	60.2	3761
Franks <i>et al.</i> (2004)	UK	1984-2003	75.0	1418
	FRA	1984-2003	52.9	586
	GER	1984-2003	61.4	276
Dermine and Carvalho (2006)	POR	1995-2000	71.0	374
伊藤・山下 (2007)	JPN	2000	43.1	303
	JPN	2000	37.9	994
	JPN	2000	39.5	370
Grunert and Weber (2009)	GER	1992-2003	72.5	117

以下、本稿においては、実際の債権の回収データを用いて回収率の推計モデルの構築を行う。第 2 節は格付推移行列と格付推移行列によるデフォルトの定義、及び吸収項について、第 3 節は回収率の定義と回収率の推計に用いる統計モデル、第 4 節は格付推移行列と回収率を用いた EL の計算方法について、第 5 節は使用したデータの概略、第 6 節は実データを用いた回収率の推計モデルの実証結果、第 7 節は結論、及びディスカッション、第 8 節に Appendix を記す。

⁴Grunert and Weber (2009) の Table1 を参考にした。対象国の略記号は、LA はラテンアメリカ、AU はオーストラリアを表す。また、表中における回収率は各研究によって定義が異なることに留意する必要がある。

2 格付推移行列とデフォルトの定義

本研究においては、デフォルトを内部格付の格付推移によって定義する。具体的には、要管理以下の格付を付与された債務者をデフォルトとみなす。以下では、格付推移行列について説明し、次に吸収項の存在する格付推移行列を述べる。

2.1 格付推移行列

格付推移行列は、債務者の t 期における格付から $t+1$ 期への格付の推移を行列で表現したものである⁵。いま、格付が $\{1, 2, \dots, K\}$ の K 区分あるものとし、 t 期から $t+1$ 期において格付が i から j へ推移する確率を $p_{t,t+1}(i, j)$ としたとき、格付推移行列 $P_{t,t+1}$ を以下のように定義する。

$$P_{t,t+1} = \begin{pmatrix} p_{t,t+1}(1, 1) & p_{t,t+1}(1, 2) & \dots & p_{t,t+1}(1, K) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{t,t+1}(K, 1) & p_{t,t+1}(K, 2) & \dots & p_{t,t+1}(K, K) \end{pmatrix} \quad (1)$$

このとき、 t 期において格付 $i \in \{1, 2, \dots, K\}$ の債務者は、翌期 $t+1$ には格付 $\{1, 2, \dots, K\}$ のいずれかの格付に推移するから、各行の和は 1 となる。すなわち、

$$\sum_{j=1}^K p_{t,t+1}(i, j) = 1 \quad (\forall i \in \{1, 2, \dots, K\})$$

が成立する。また、観測期間の終了を $t = T$ とすると、観測初期から観測終了に至る格付の推移行列 $P_{1,T}$ は⁶、

$$\begin{aligned} P_{1,T} &= P_{1,2} P_{2,3} \dots P_{T-1,T} \\ &= \prod_{t=1}^{T-1} P_{t,t+1} \end{aligned}$$

となり、推移確率が斉時的である (任意の期間において格付は等確率で推移すること、すなわち、 $p_{t,t+1}(i, j) = p(i, j)$, $\forall t \in \{1, 2, \dots, T-1\}$ を満たす $p(i, j)$ が存在する) と仮定すると、任意の期間において定常的な $P = P_{t,t+1}$ を満たす P が存在するから、

$$P_{1,T} = \prod_{t=1}^{T-1} P_{t,t+1} = P^{T-1} \quad (2)$$

⁵本稿において、格付は、案件ごとではなく債務者ごとに付与されているものとして扱う。

⁶ここでは、マルコフ性を仮定している。格付推移行列におけるマルコフ性に関する詳細は、例えば、楠岡・青沼・中川 (2001) 等を参照のこと。

が成立する。以下、本稿においては、断りが無い場合を除き、推移確率は斉時的であるものとする。

日本銀行金融機構局 (2005) によると、「バーゼル II におけるデフォルトの定義は、(i) リストラクチャリング等による債務不履行の見込み、(ii) 90 日以上延滞といったことが挙げられているが、これはわが国における「要管理先」以下の定義に近いものと考えられる。」としている。したがって、本稿においても要管理以下をデフォルトと定義する。

第 1 節でみたような通常の PD 推計のモデルは、一度デフォルトした後に正常復帰する債務者の確率は考慮できない。しかし、実際には、第 5 節以降の実データを用いた格付推移行列から明らかかなように、要管理以下をデフォルトと定義した場合、債務者が正常復帰⁷する件数は一定数存在している。債権価値を考えた際に、これらの正常復帰した債務者の存在を考慮することなく推計すると、バイアスを生じさせることになる。本稿においては、格付推移行列を用いることによって正常復帰する確率を求められるだけでなく、正常復帰を考慮した回収率推計を行うことができることを示す。

また、本稿においては、デフォルト基準とは別に「デフォルト後終了」という吸収項の格付区分を設ける。これにより、バーゼル II に準拠したデフォルト基準を考慮できるだけでなく、正常復帰確率を用いた EL の推計が可能となる⁸。以下では、吸収項について述べる。

2.2 格付推移行列における吸収項

取引が終了した債務者は、吸収項によって表現する。本稿では、吸収を表現する格付区分 (一度その格付が付与された後は他の格付に推移しない格付区分) を以下のように設ける⁹。吸収項が存在するときの格付推移行列については、青沼・市川 (2008) と同様に格付の上方と下方に吸収項が存在する (上側吸収項は「通常終了」、下側吸収項は「デフォルト後終了」を表す格付区分とする) と仮定して説明を行う。ここで、「通常終了」とはデフォルトしていない状況から与信残高が 0 になるなどの理由から格付付与が終了した債務者と定義し、「デフォルト後終了」とは要管理以下のデフォルト格付区分から正常復帰することなく格付付与が終了した債務者と定義する。いま、格付の区分が $\{1, 2, \dots, K\}$ の K 区分存在するとし、格付区分 1 は「通常終了」、 K は「デフォルト後終了」で、かつそれぞれが吸収項であるとする。このとき、(1) の格付推移行列 P は、

⁷ここでは要管理以下からそれより上位の区分に格付が推移すること。

⁸詳細は、第 4 節「EL の計算方法」を参照のこと。

⁹格付推移行列における吸収項の詳細は、上述した、楠岡・青沼・中川 (2001) や青沼・市川 (2008) 等を参照のこと。

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ p(2,1) & p(2,2) & p(2,3) & \dots & p(2,K) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p(K-1,1) & p(K-1,2) & p(K-1,3) & \dots & p(K-1,K) \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

となる。この格付推移行列 $P_{t,t+1}$ においても、(1) の格付推移行列と同様に各行の和は 1 となる。

この格付推移行列 $P_{t,t+1}$ における第 1 行、第 K 行は、

$$p(1, j) = \begin{cases} 1 & \dots\dots\dots j = 1 \\ 0 & \dots\dots\dots \text{otherwise} \end{cases}$$

$$p(K, j) = \begin{cases} 1 & \dots\dots\dots j = K \\ 0 & \dots\dots\dots \text{otherwise} \end{cases}$$

であり、これは、格付 1 と格付 K の債務者は他の格付に推移しないことを意味している。

以下の第 5 節、第 6 節において実データを用いるが、簡単のため、格付を正常が 2 区分、要注意を 1 区分、要管理を 1 区分、破たん懸念以下を 1 区分として、計 5 区分として格付を取り扱う¹⁰。また、この 5 つの格付とは別に、吸収項として、上側吸収項としての「通常終了」区分、下側吸収項として「デフォルト後終了」区分の 2 つの吸収項を考え、計 7 つの格付区分による格付推移を考える¹¹。

3 回収率の推計

本節では、本稿における回収率を定義し、回収率推計に用いるモデルの説明を行う。

3.1 回収率の定義

回収率の定義は債務者ベースと案件ベースで考えるものに大別されるが、本稿における回収率は債務者ごとの回収率とする¹²。また、第 2 節で述べたように、本稿におけるデフォルトの定義

¹⁰バーゼル II では、債務者に対する内部格付モデルの格付は、非デフォルト区分を 7 区分以上、デフォルト区分を 1 区分以上、それぞれ設定して格付区分を設けるように要求されている (日本銀行金融機構局, 2005)。

¹¹詳細は第 5.2 節を参照のこと。

¹²バーゼル II における先進的内部格付手法 (AIRB) においては、案件ごとの回収率を推計すべきであるとの要請がある。しかし、複数の案件を有する債務者のデフォルト後返済行動においては、返済の総額が重要視され、特定の案件

は要管理以下の格付に落ちた債務者である。そこで、回収率の分母にあたる EAD(Exposure At Default) は、デフォルト時点(要管理以下に格付が落ちたとき)の債務者の与信残高とみなす。このとき、デフォルトを要管理以下への格付降下と定義するが、実際の与信業務においては、デフォルト後も融資を行っており、回収キャッシュフローだけを集計しても、ロールオーバーによる回収とそれ以外の回収を区別できず、追加融資による与信残高の増加を捉えられない。本稿では債務者の与信残高の差額から回収キャッシュフローを定義した。

3.2 回収率推計モデル

以下では、回収率推計に用いるモデルを説明する。ここで推計する回収率は、第2節で述べた「デフォルト後終了」区分に格付が付与された債務者の回収率を想定している。

一般に、デフォルト後の債務者に対しては、デフォルト後の回収率は増加して(与信残高は減少して)いき、ある値に収束すると考えられる。したがって、以下のように回収率 RR は指数的に一定値に収束すると仮定する¹³。

$$RR_i(t) = \frac{1}{1 + \exp(-\beta' \mathbf{X}_i)} \{1 - \exp(-\alpha t)\} + \epsilon_{i,t} \quad (4)$$

ここに、 $\mathbf{X}_i \in \mathbb{R}^d$ は債務者 i の担保や保証、財務指標などの d 次元の説明変数ベクトル、 α は回収率の期間構造の収束パラメータ、 $\beta \in \mathbb{R}^d$ は d 次元の説明変数の係数パラメータベクトルである。この関数は、デフォルトした債務者のデフォルト時 ($t = 0$) における回収率を 0 とし、 t が大きくなるにつれて累積回収率 $RR_i(t)$ が増加し、 t が十分大きい時に債務者 i の担保や保証によって決まる一定値に収束することを表わしている。

次節以降でみるように、回収率の推移はデフォルト後には基本的に増加し、デフォルト後の時間経過とともにある一定値(最終的な回収率の値)に収束すると考えられる。(4) で表されるモデルは、時間の経過の項 ($1 - \exp(-\alpha t)$) と、保証カバー率、担保カバー率など回収率の説明変数の関数である、回収率の最終的な収束値 ($1/(1 + \exp(-\beta' \mathbf{X}_i))$) の項によるものである。

また、パラメータの推計方法は、最小二乗法を用いる¹⁴。すなわち、回収率推計に用いる債務者数が N 、観測期間を T とすると、求めるパラメータの推計値を $(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$ は、

$$(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) = \arg \min \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \epsilon_{i,t}^2$$

に対する返済を個別に注視することはまれである。そのため、案件別付帯要因が返済額に与える影響は小さく、案件別回収率の推計が困難な状況にある。したがって、本稿においては債務者ベースの回収率を推計した。

¹³本稿では、時間を表す T と区別するために、行列の転置を表す記号を $'$ で表現する。

¹⁴用いたデータには外れ値が多く存在することがある。その際に最小二乗法や最尤推定法よりもロバストな推計方法を考える必要があるが、本稿においては簡便性を優先し、上述の方法を用いた。

により推計する。回収率は基本的には $[0,1]$ の値をとり、その値に存在するときには (4) 式は一般化線形モデルの枠組みで捉えられ、尤度関数を定義し最尤推定量を求めることができる¹⁵。しかし、本稿における回収率は、0 以下または 1 以上の値を有し、それらの値を用いた尤度関数は容易に定義できないため、本稿では単純な最小二乗法を用いた。

以下に、時刻 $t = \tau$ においてデフォルトした債務者のパラメータの推計値 $(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$ が得られたときの (4) のモデルの表す回収率の推移曲線のイメージ図を記す。

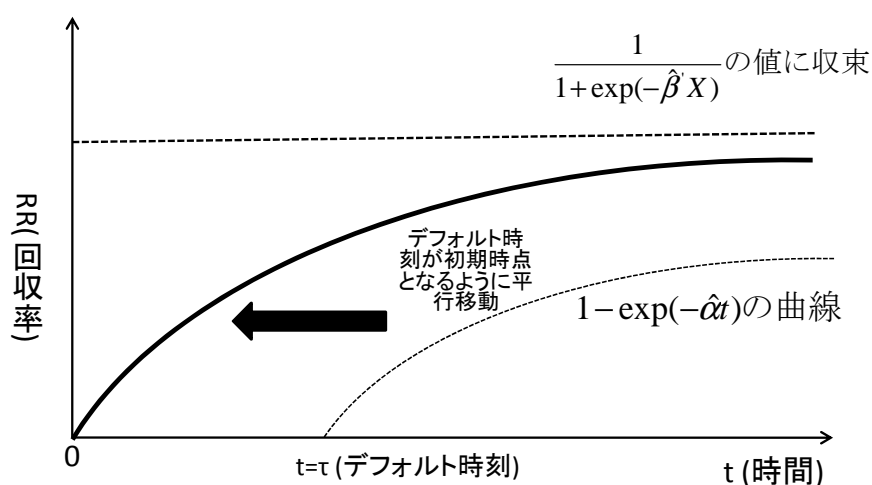


図 1: 回収率推計モデルのイメージ図

4 EL の計算方法

ここまで、PD の推計方法や回収率の推計方法に関して個別に説明してきた。しかし、先進的内部格付手法 (AIRB) に用いる信用リスクの推計には、各債務者の PD と LGD の積として定義される EL の推計値が必要であるため¹⁶、PD と回収率が同時に推計される手法は非常に有効である。そこで、本稿では、上述してきた格付推移行列と回収率推計モデルから、PD と LGD の推計値が同時に求められることを示す¹⁷。まず、格付推移行列において、「通常終了」と「デフォルト後終

¹⁵ 回収率に対して一般化線形モデルの枠組みで説明したものとして、例えば森平 (2009) などを参照のこと。

¹⁶ 先述の通り、本稿における EL は EAD の推計値を含まず PD と LGD の積で定義されるものとする。

¹⁷ したがって、バーゼル II の定義する計算式によって UL (Unexpected Loss) も計算できることになる。

了」の2つの吸収項が存在すると仮定する。そのほか、正常、要注意先など、吸収項を含めて計 K 区分の格付が存在するものとする。なお、この格付方法は、青沼・市川 (2008) に準拠している。

表 2: 各格付における PD と債権価値、及び EL の推計方法

格付	PD	債権価値	EL
1(通常終了)	0	1	0
2(正常等)	$\sum_{j=D}^{K-1} p(2, j)$	$V_2 = \sum_{j=1}^K p(2, j)V_j$	$EL_2 = \sum_{j=D}^K p(2, j)(1 - V_j)$
⋮	⋮	⋮	⋮
D-1(要注意等)	$\sum_{j=D}^{K-1} p(D-1, j)$	$V_{D-1} = \sum_{j=1}^K p(D-1, j)V_j$	$EL_{D-1} = \sum_{j=D}^K p(D-1, j)(1 - V_j)$
D(要管理等)	$1 - \sum_{j=1}^{D-1} p(D, j)$	$V_D = \sum_{j=1}^K p(D, j)V_j$	$EL_D = \sum_{j=D}^K p(D, j)(1 - V_j)$
D+1(破たん懸念等)	$1 - \sum_{j=1}^{D-1} p(D+1, j)$	$V_{D+1} = \sum_{j=1}^K p(D+1, j)V_j$	$EL_{D+1} = \sum_{j=D}^K p(D+1, j)(1 - V_j)$
⋮	⋮	⋮	⋮
K-1(破たん等)	$1 - \sum_{j=1}^{D-1} p(K-1, j)$	$V_{K-1} = \sum_{j=1}^K p(K-1, j)V_j$	$EL_{K-1} = \sum_{j=D}^K p(K-1, j)(1 - V_j)$
K(デフォルト後終了)	1	実績データを用いて (4)式で V_K を推計	$EL_K = 1 - V_K$

この仮定のもと、格付 $k (\in \{1, 2, \dots, K\})$ で (4) 式における説明変数 \mathbf{X} をもつ債務者の債権価値を $V_k(\mathbf{X})$ と表す。このとき、格付 1(通常終了) の債務者の債権価値は 1 だから $V_1 = 1$ となり、格付 K (デフォルト後終了) の格付の債権価値は前節で述べた方法によりモデルにより推計する。その他の格付 $k \in \{2, 3, \dots, K-1\}$ の債権価値は、当該債務者が翌期に推移する格付の債権価値の現在価値といえる¹⁸から、以下の連立方程式から求められる。

$$\begin{pmatrix} V_1(\mathbf{X}) \\ V_2(\mathbf{X}) \\ \vdots \\ V_{K-1}(\mathbf{X}) \\ V_K(\mathbf{X}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ p(2, 1) & p(2, 2) & p(2, 3) & \dots & p(2, K) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p(K-1, 1) & p(K-1, 2) & p(K-1, 3) & \dots & p(K-1, K) \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1(\mathbf{X}) \\ V_2(\mathbf{X}) \\ \vdots \\ V_{K-1}(\mathbf{X}) \\ V_K(\mathbf{X}) \end{pmatrix} \quad (5)$$

¹⁸ バゼル II において、債権および回収率の現在価値は、当該債務者の信用リスクに見合った金利でディスカウントされるべきであると述べられている。しかし、本稿においては、簡単のために金利によるディスカウントは考慮していない。

したがって、(5) から、 $V_1(\mathbf{X}) = 1$ とデフォルト後終了区分の回収率 $V_K(\mathbf{X})$ が得られれば、すべての格付に対応する EL の推計値が得られることになる。このとき、得られる EL は、各格付に対応するだけでなく、 $V_K(\mathbf{X})$ が各債務者の担保カバー率や保証カバー率の関数として得られていることから、各債務者の担保や保証に対応した各債務者ごとの EL が求められることになる¹⁹。

5 データについて

本節では、本研究において回収率推計に使用したデータの性質、および、基本的な統計量を記述する。

5.1 データの性質

使用したデータは、平成 17 年 4 月から平成 21 年 1 月までの 46 ヶ月間において、内部格付が付与された債務者である。債務者ベースではおよそ 3 万件、回収キャッシュフローベースでおよそ 700 万件のデータが存在した。

5.2 格付推移行列

まず、使用したデータの格付推移行列を求める。ここでの格付推移行列は、使用したデータの観測期間である H17 年 4 月～ H21 年 1 月までの全期間において観測された格付の推移をもとに求めたものである。また、上述の通り、格付区分は 5 区分にまとめ、さらに上下に 1 つずつの吸収項(通常終了とデフォルト後終了)を設けた。以下に格付区分、及び、実際の内部格付との対応を略記する(表 3)。

この格付区分において得られた格付推移行列は、以下の通りである²⁰。

¹⁹ 詳細は第 6.3 節を参照のこと。

²⁰ ここでは、46 ヶ月間の格付推移をもとに、年次の格付推移行列を求めている。この格付推移行列はあくまで実績値を用いて斉時性を仮定し、月次の格付推移行列を求め、その行列を 12 乗することによって年次に変換した推計値である。格付推移行列の推計に関しては、青沼・市川(2008)に詳しい。

表 3: 設定した各格付の格付区分との対応表

格付	格付区分
1	通常終了 (吸収項)
2	正常 I
3	正常 II
4	要注意
5	要管理
6	破たん懸念、実質破たん、破たん先
7	デフォルト後終了 (吸収項)

$$\begin{pmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0.0394 & 0.771 & 0.1324 & 0.0529 & 0.000358 & 0.00331 & 0.000293 \\
 0.0432 & 0.0972 & 0.677 & 0.168 & 0.00188 & 0.0120 & 0.00122 \\
 0.0734 & 0.0316 & 0.0766 & 0.770 & 0.00575 & 0.0378 & 0.00433 \\
 0.00847 & 0.00594 & 0.0333 & 0.186 & 0.582 & 0.148 & 0.0363 \\
 0.00148 & 0.00144 & 0.00424 & 0.0347 & 0.00370 & 0.755 & 0.200 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{pmatrix}$$

従って、各格付における PD は以下のようになる²¹。格付 i の債務者の PD を $PD(i)$ とすると²²、

²¹バーゼル II における PD は、観測期間を 1 年間とするため、ここでも 1 年間の PD を求めている。ただし、ここでは、斉時性を仮定したもとで月次の格付推移行列を 12 乗した行列に基づいて推計している。

²²通常、一度デフォルトした債務者は正常復帰することがない (デフォルトを吸収項とする) ため、デフォルト状態にある債務者の PD は 1 であるとすることが多い。しかし、本稿においては、正常復帰する確率も考慮しているため、デフォルト状態にある債務者の PD は 1 とはならず、「1- 正常復帰確率」と定義している (PD(5) または PD(6) の値を参照)。

$$\begin{aligned}
\text{PD}(2) &= \sum_{j=5}^7 p(2, j) = 0.00396 \\
\text{PD}(3) &= \sum_{j=5}^7 p(3, j) = 0.0152 \\
\text{PD}(4) &= \sum_{j=5}^7 p(4, j) = 0.0479 \\
\text{PD}(5) &= 1 - \sum_{j=1}^4 p(5, j) = 0.767 \\
\text{PD}(6) &= 1 - \sum_{j=1}^4 p(6, j) = 0.958
\end{aligned}$$

が得られる。

5.3 デフォルトした債務者の回収率の推移

平成17年4月から平成21年1月までの5ヵ月間の期間においてデフォルト（要管理以下に格付が低下）した債務者の回収率推移の期間構造をみる。以下に続くグラフは、横軸がデフォルト後の経過時間（月次）、縦軸が回収率（RR）を表わす²³。このグラフは、各債務者のデフォルトした時点を時間軸の0の点とし、デフォルト後の回収期間が46ヵ月に満たない債務者は、最後のキャッシュフローがあった時点の回収率の値を用いて46ヶ月目まで補正している。また、各グラフ中において、デフォルト後の回収率が負の値をとる債務者があるが、これらの債務者はデフォルト時点の残高（EAD）よりもデフォルト後の残高が増加していることを示しており、デフォルト後の追加融資を反映している。

まず、デフォルトした債務者全体（後に正常復帰した債務者やデフォルト後終了した債務者を含む）の回収率の推移を考える（図2）。

図2のグラフにおいて、 $t=0$ から回収率は増加していく傾向がある。その一方で、デフォルト後に回収率が負の値をとっている債務者もあり、デフォルト後に追加融資を行っている債務者が存在する。

次に、観測期間中で、デフォルト後に正常復帰した債務者と正常復帰しなかった（デフォルト後終了を含む）の債務者の回収率を比較する（図3と図4）。

²³デフォルト後に正常復帰した債務者における回収キャッシュフローは、正常復帰後は回収率ではなく与信残高の推移とみなすべきであるが、ここでは便宜上、回収率と表記する。

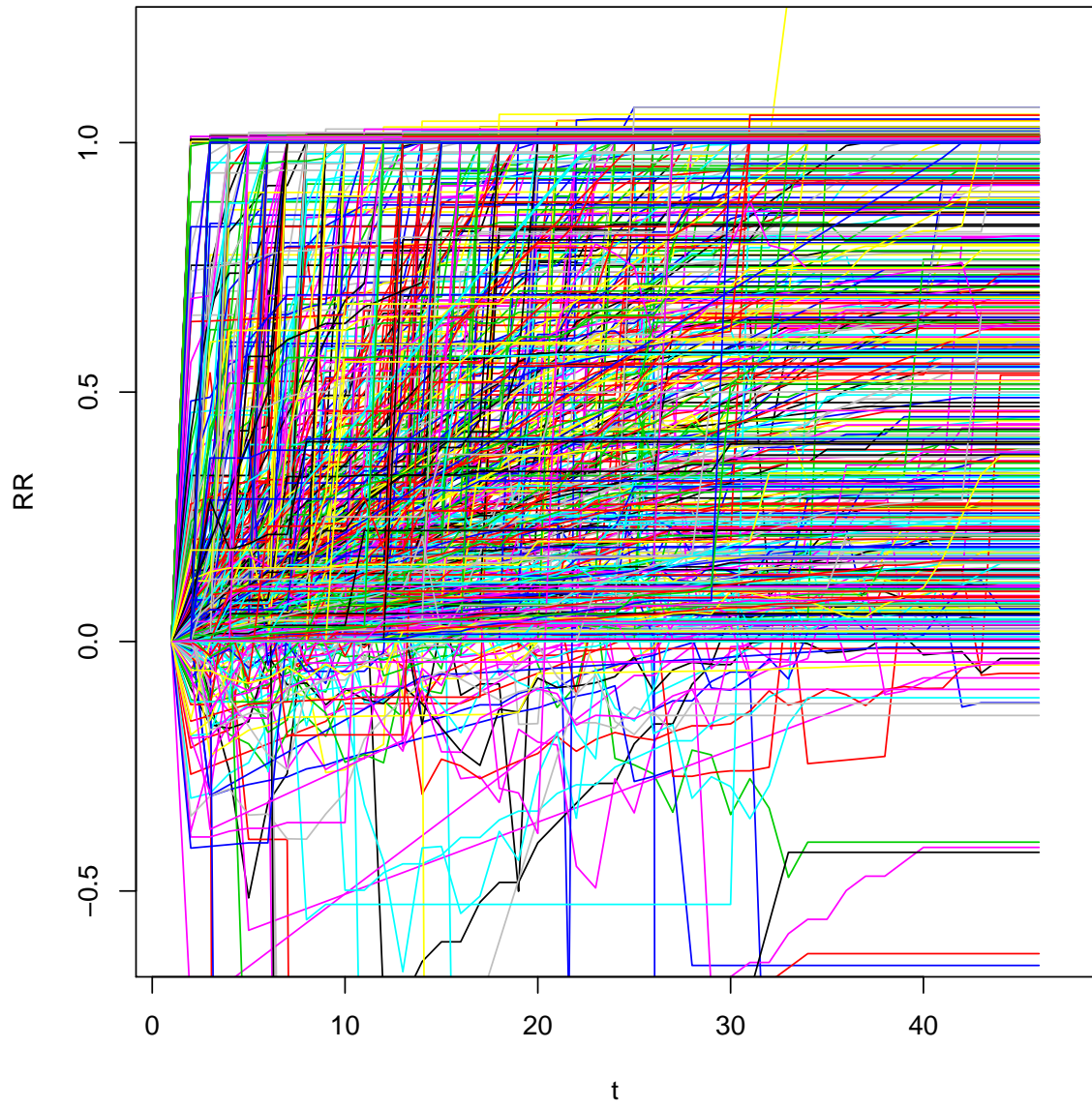


図 2: デフォルトした債務者の回収率の推移

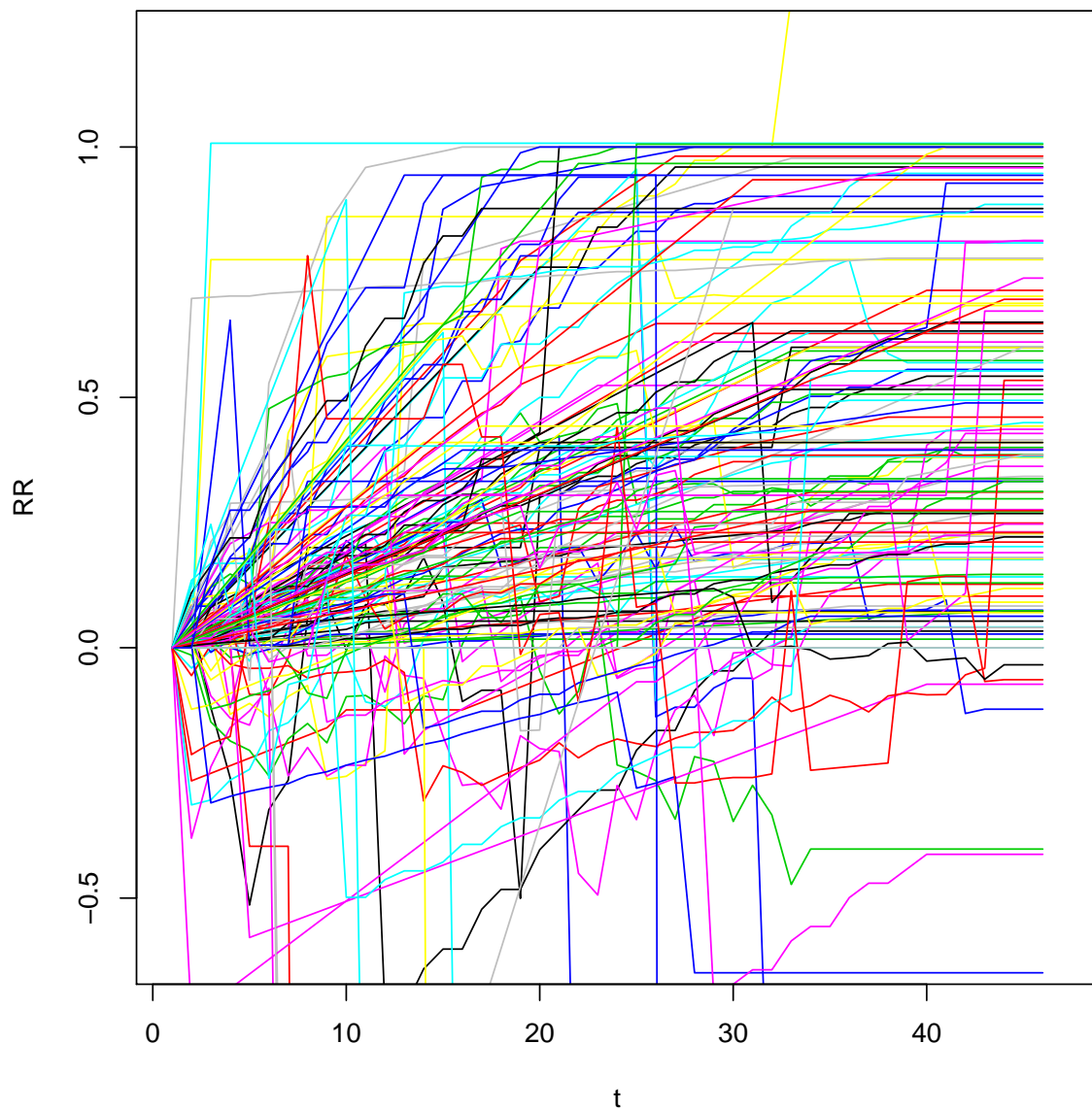


図 3: デフォルト後、正常復帰した債務者の回収率の推移

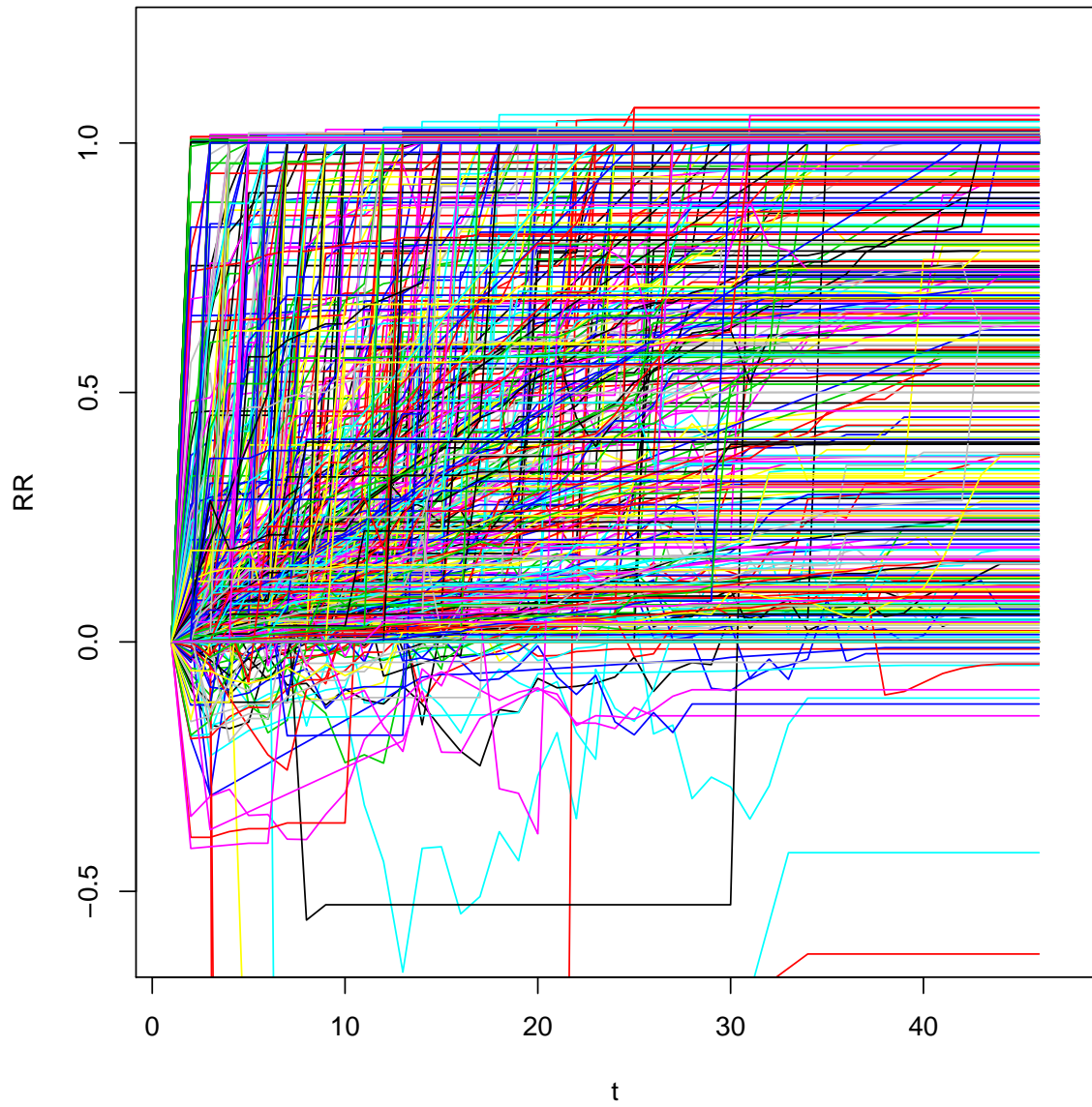


図 4: デフォルト後、正常復帰しなかった (デフォルト後終了を含む) 債務者の回収率の推移

図3と図4のグラフの比較から、正常復帰した債務者(図3)においてはデフォルト時点($t=0$)から回収率がマイナスになっている債務者の割合が高い。これは、デフォルト後に追加融資を行っている割合が高いことを意味する。実際に、正常復帰した債務者(図3)と正常復帰していない債務者(図4)の2グループにおけるデフォルト後の追加融資の割合の比較を行う。それぞれの債務者グループにおいて、デフォルト後の各月におけるデフォルト後の追加融資(回収率が負となっている)の割合を求めると、以下の表を得る(表4)。

表4: 正常復帰した債務者グループとしなかったグループにおける、追加融資を行った債務者割合の推移

デフォルト後の経過時間(ヵ月後)	1	2	3	4	5	6	7	8
正常復帰グループ(図3)	0.0634	0.106	0.113	0.141	0.148	0.141	0.134	0.127
非正常復帰グループ(図4)	0.0566	0.0671	0.0626	0.0566	0.0611	0.0566	0.0537	0.0551

この表から、正常復帰した債務者におけるデフォルト後の追加融資の割合が高くなっていることがわかる。よって、追加融資と正常復帰の間に何らかの因果関係があるといえる。ただし、追加融資を行ったことにより経営の健全化が行われ正常復帰したものであるのか、経営改善による正常復帰の結果、追加融資を行っているのか、その因果関係まではこのグラフからはよみとれない²⁴。

5.4 「デフォルト後終了」格付債務者の回収率の推計

次に、デフォルト後終了区分にいたった債務者の回収率の推計を行う。本研究においては、回収率の期間構造を想定しており、実際の回収を考えると少なくとも2年間は回収の観測期間が必要であると考えた²⁵。以下に、デフォルト後終了格付の債務者の回収率のヒストグラムを示す(図5)。

²⁴この因果関係をみるには、正常復帰と追加融資のタイミングを考察する必要がある。

²⁵パーゼルIIの定める要件においては、回収率の推計に用いるデータの観測期間として最低5年間の観測期間が要求されている。ここでの観測期間の意味は、5年間デフォルトの有無を観測することをいい、回収に要する期間ではない。回収率推計モデルの観測期間にはデフォルトに対するものと回収に対するものの2つがあることに注意が必要である。本研究では得られた回収データの観測期間(46ヵ月)の中で、デフォルト観測期間とデフォルト後の回収の観測期間の妥当性からデフォルト後の観測期間として2年間としたのであり、パーゼルIIの必要条件に反していない。

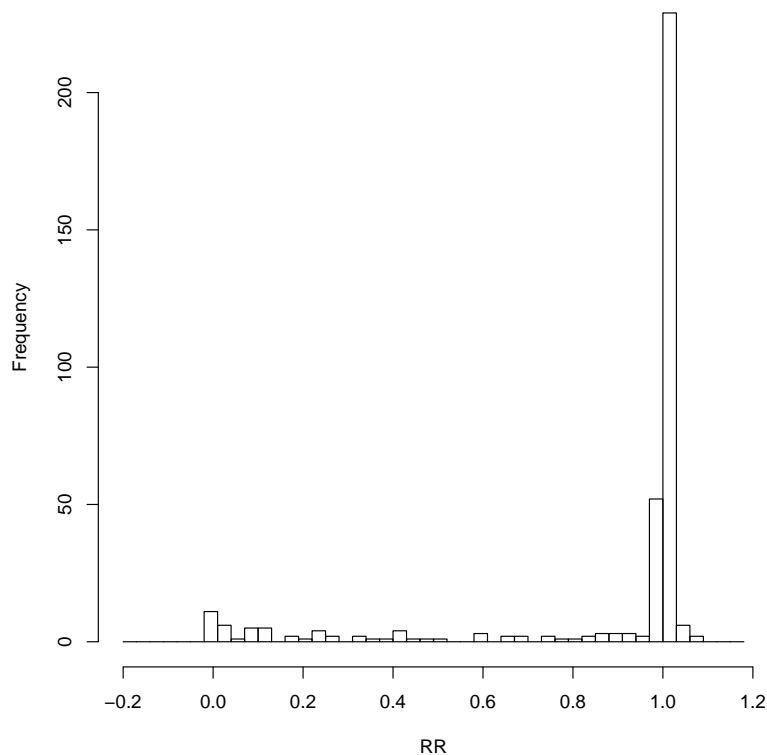


図 5: デフォルト後終了に至った債務者の回収率のヒストグラム

図 5 から、先行研究で述べられているように、デフォルト債権の回収率は双峰型 (回収率が 2 つのピークをもつ分布) であることが確認される²⁶。ただ、図 5 の分布は双峰型ではあるものの、回収率が 0 付近のデータが 1 付近のデータに比して相対的に非常に少ない。

また、デフォルト後終了債務者の回収率の平均は、88.0%となった。基礎的内部格付手法 (FIRB) においては、無担保与信の回収率が 55%、140%以上のカバー率の不動産担保による与信回収率は 65%と定めているが、規定の回収率より多く回収ができています。

次に、デフォルト後終了債務者のデフォルト後の時間経過に対する回収率の推移を以下に示す。これまでと同様、各債務者がデフォルトした時刻を時点 0 として推移を見ているグラフである (図 6)²⁷。

図 6 から、デフォルト後の回収率の時間推移は一般的には増加であること、デフォルト直後に追加融資を行っている割合が非常に少ないことなどが確認できる。また、グラフの特性として、1カ月間で回収率が急激に上昇している債務者が多くみられる。これは、担保や保証などによって1カ月間に多額の回収が行われたものと考えられる。担保、保証と回収率の関係は、第 6 節以降で詳細に示す。

²⁶ 先行研究として、例えば Asarnow and Edwards (1995)、伊藤・山下 (2007) などがある。

²⁷ 図 2,3,4 と同様に、図 6 のグラフにおいても、格付付与が終了した時点、または、観測打ち切りの時点の回収率を最終時点 (46 か月) まで引き延ばしている。

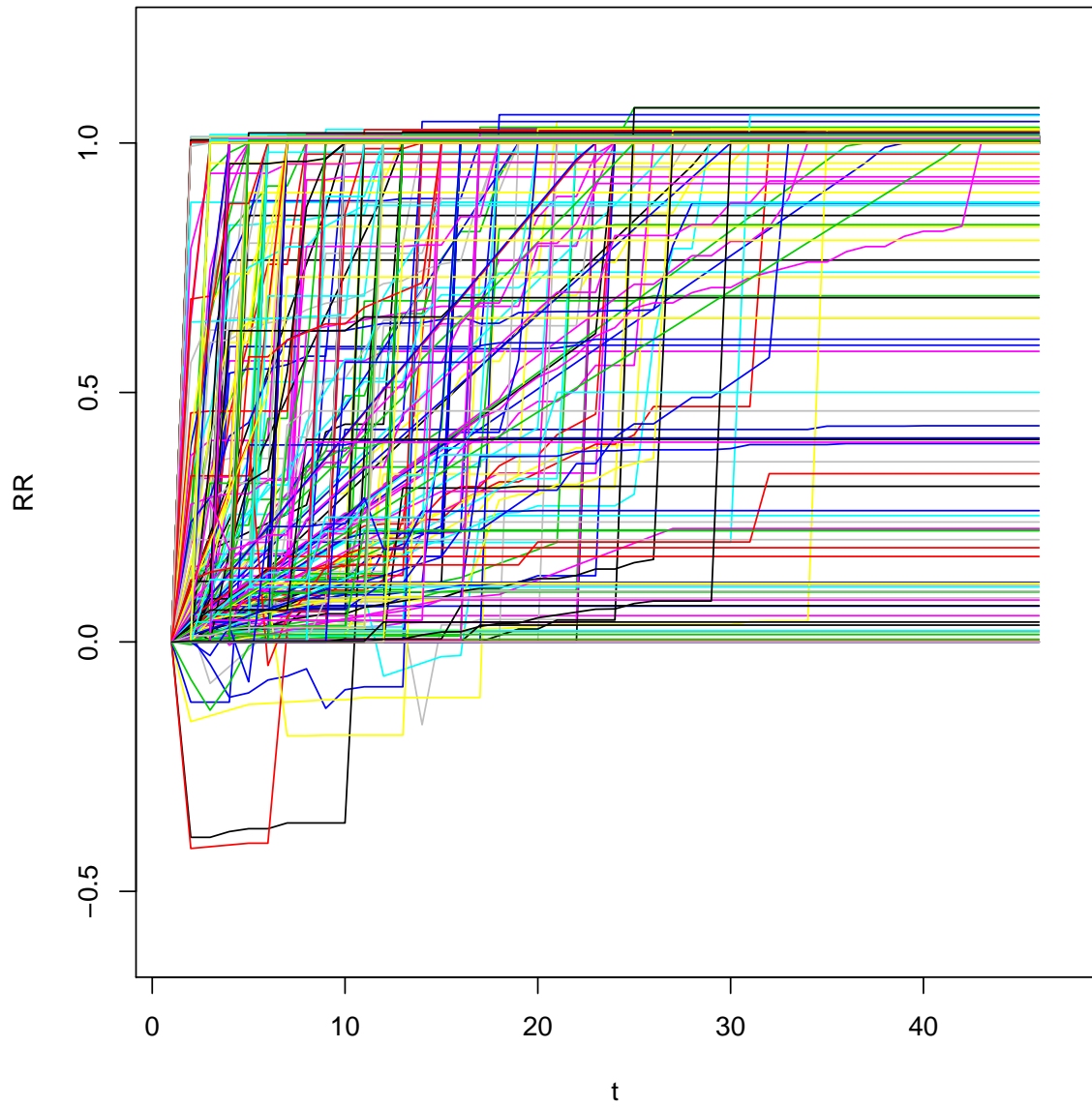


図 6: デフォルト後終了に至った債務者の回収率の推移 (デフォルト時点を時点 0 としている)

6 実データを用いた実証結果

本節では、第3節で述べたモデルを用いて、「デフォルト後終了」区分の債務者の回収率の推計値を求める。まず、実際のデフォルト後終了債務者の回収率の値、及び、回収率の説明変量として有効と考えられる、担保や保証と回収率の関係を考察したのち、モデルの推計を行う。

6.1 担保カバー率、保証カバー率

本稿においては、デフォルト後終了債務者の担保カバー率・保証カバー率は、デフォルト時の担保額・保証額をデフォルト時の残高で除することにより定義する。以下に、担保カバー率と回収率(図7)、保証カバー率と回収率(図8)の散布図を示す。それぞれ、横軸に担保カバー率、保証カバー率、縦軸は回収率の値である。

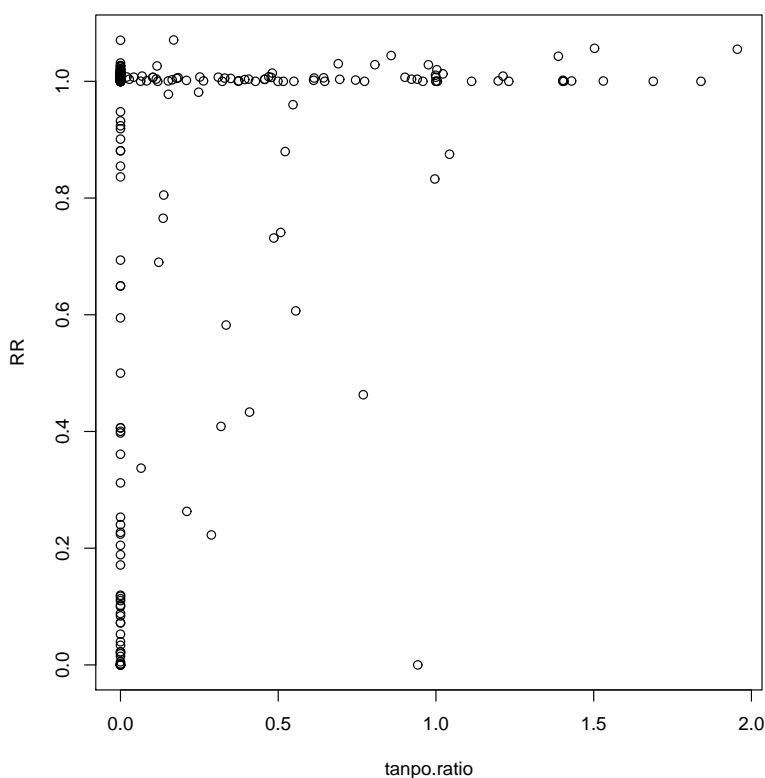


図7: 担保カバー率と回収率の散布図

図7と図8から、担保カバー率と回収率、保証カバー率と回収率はそれぞれ正の相関があるように見える。実際、相関係数はそれぞれ、0.107、0.247となった。担保カバー率、保証カバー率ともに回収率に正の寄与を与えていることを意味する。また、保証が付いている債務者においては、保証カバー率の大小にかかわらず非常に大きな回収率が得られている。

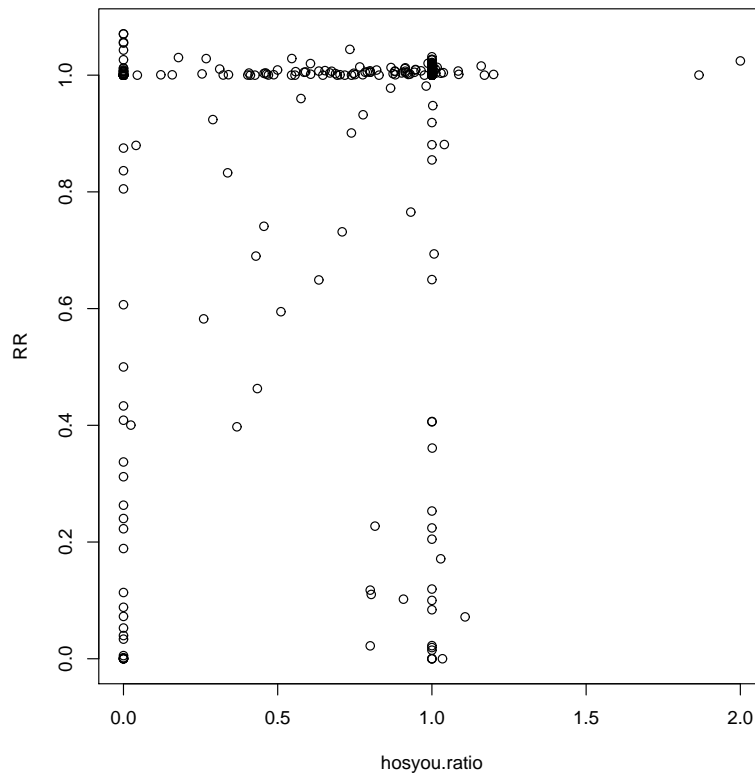


図 8: 保証カバー率と回収率の散布図

6.2 統計モデルにおけるパラメータ推計

第 3.2 節で述べた回収率推計モデルにおけるパラメータ推計の結果を示す。デフォルト後終了に至った債務者データを用いた回収率推計モデル (4) 式におけるパラメータ推計結果は、

$$\hat{\alpha} = 0.119$$

$$\hat{\beta} = (-0.0292, 2.59, 1.79)$$

となった。ここに、 β は定数項、担保カバー率、保証カバー率の係数である。以下に、得られた推計値の信頼性を評価するためにブートストラップ信頼区間を記す²⁸。

この結果から、担保カバー率、保証カバー率ともに回収率に有意に正の寄与を与えることがわかる。これは、先の散布図の様子と一致する結果である。また、得られた係数の推計値の大小から、担保カバー率の大きさは、保証カバー率の大きさよりも回収率に大きく正の寄与を与えていることがわかる。これは、先に述べたように、保証カバー率の大きさは回収率の大きさにそれほ

²⁸ここでは、重複を許し、データ数と同数のサンプリングを 10000 回行った結果を求めた。

表 5: 得られたパラメータの推計値のブートストラップ信頼区間

係数	95%信頼区間 (下側)	得られた推計値	95%信頼区間 (上側)
$\hat{\alpha}$	0.100	0.119	0.147
$\hat{\beta}_1$ (定数項)	-0.908	-0.0292	0.815
$\hat{\beta}_2$ (担保)	1.15	2.59	4.92
$\hat{\beta}_3$ (保証)	0.766	1.79	4.02

ど影響を与えていない(保証カバー率の小さい債務者においても、回収率は大きくなる) ことと整合的である。

次に、得られたパラメータの推計値を用いて、具体的に担保カバー率、保証カバー率を仮定した債務者の例を想定し、各債務者例の回収率の推計値を記す。

表 6: 得られたパラメータを用いた、担保カバー率・保証カバー率を仮定した債務者の回収率の例

	担保カバー率 (%)	保証カバー率 (%)	回収率の推計値 (%)
債務者・例 1	0	0	49.3
債務者・例 2	25	0	65.0
債務者・例 3	50	0	78.0
債務者・例 4	0	50	70.4
債務者・例 5	0	100	85.5

先述した通り、バーゼル II の定める基礎的内部格付手法 (FIRB) においては、無担保与信の回収率が 55%、140%以上の不動産担保による担保カバー率を有する与信の回収率は 65%と定めている。得られた結果は、無担保与信の回収率が 49.3%と推計し、定められた規定値よりもやや大きい回収率の推計値をとるという結果が得られた(債務者・例 1)。また、65%の回収率の推計値が得られる担保カバー率は 25%であった(債務者・例 2)。

6.3 EL の推計結果

以上の結果から、デフォルト終了後の債務者の回収率が推計されたことになる。よって、第 4 節における債権価値 $V_K(\mathbf{X})$ の推計値が得られたことになる。このとき、 $V_K(\mathbf{X})$ は各債務者の担保カバー率、保証カバー率の関数となっており、(5) 式を用いることによって、すべての格付の債務

者に対して、担保カバー率や保証カバー率を考慮した債権価値、及び、EL が推計されることになる(第4節、表2を参照のこと)。ここでは第4節で述べたELの計算方法を用いて実際のELの推計値を求める。

担保カバー率、保証カバー率を仮定した債務者例²⁹を考え、これらの債務者のELを推計する。格付は表2で示した格付区分に準拠するものである。以下にその結果を示す³⁰。

表7: 格付、担保カバー率・保証カバー率を仮定した債務者の回収率、及びEL推計値の例

	格付	担保カバー率 (%)	保証カバー率 (%)	回収率の推計値 (%)	PD (%)	EL (%)
債務者・例1	6	0	0	49.3	95.8	43.5
債務者・例2	6	25	0	65.0	95.8	30.0
債務者・例3	4	50	0	78.0	4.79	0.887
債務者・例4	4	0	50	70.4	4.79	1.19
債務者・例5	3	0	100	85.5	1.52	0.185
債務者・例6	2	0	100	85.5	0.396	0.0489

債務者例1と例2、債務者例3と例4は格付がそれぞれ同じであるが、担保カバー率、保証カバー率が異なる。それに伴って、回収率の推計値だけでなく、ELの推計値も異なる。このことから、各格付における担保カバー率、保証カバー率の関数としてELの推計が可能であることがわかる。また、債務者例5と例6は担保カバー率、保証カバー率は同一の値であるが、格付が異なる例であり、格付によってPDが異なるため、同一の担保・保証カバー率を有する債務者においても異なるELの値が推計されていることが示される。

7 結論、及び、ディスカッション

本研究においては、実データを用いた回収率モデルを構築した。その際に考慮した点は、以下の点である。

1. バーゼルIIの準拠を考慮し、デフォルトを内部格付低下により定義した。
2. デフォルト後の正常格付への復帰を考慮した。

²⁹例1~5の債務者は、先の表4における債務者例と同様の債務者を仮定している。

³⁰表中のPDの推計値は第5.2節で得られた値を用いている。また、ELの推計値は第4節の表2の推計方法により求めている。

3. デフォルト後に正常復帰することなく格付付与が終了した債務者の回収率を統計モデルで推計した。
4. 回収率モデルでは、実際の回収が長期間わたるため時間に対するパラメータを挿入した。
5. 最終的な期待回収率を、時間パラメータ、担保カバー率、保証カバー率の3つを要因とした非線形関数で表現した。

以上のような設定においてモデリングした結果、回収率の推計値を得ることにより、すべての格付の債務者に対する期待損失率（EL）の推計値を求められた。実際の回収率の推移に関しては、担保カバー率、保証カバー率ともに回収率に正の寄与をもたらし、担保カバー率の大きさは保証カバー率の大きさよりも大きく寄与することがわかった。

最後に今後の課題を述べる。本研究では回収率の説明変量として担保と保証のみを扱ったが、先行研究においては債務者の業種や銀行との取引期間の長さなどが説明変量として考えられるとしているとの結果もあるため、それらの検証を行う必要があり、担保や保証以外で回収率に寄与していると考えられる説明変量を加えたモデリングを行う必要がある。また、本稿では、債務者ごとの格付を用いて回収率を推計したが、先進的内部格付手法においては案件ごとの回収率を推計する必要がある。その際、担保や保証の種類によって回収率に差があると考えられるので、その点も考慮した回収率の推計モデルが必要であると考えられる。

8 Appenndix

8.1 担保、保証の有無による回収率の推移の比較

デフォルト後終了区分の債務者において、担保・保証の有無と回収率の推移の関係を考察する。以下の図は、デフォルト後終了債務者において、それぞれ、担保・保証ともについていない債務者（図9）、担保のみについている債務者（図10）、保証のみについている債務者（図11）、担保と保証がついている債務者（図12）の回収率の推移を図示したものである³¹。

グラフの特徴として、図11、12にみられるように、保証のついている債務者の回収率が0から1に短期間で上昇している債務者の割合が多くなっている。これは、保証による回収によって短期間に多額の回収が行われていること、特に、保証協会の代位弁済によって保証協会の保証がついて案件の100%回収が行われていることが理由と考えられる。

また、以下にそれぞれのグループの回収率の平均値を記す（表8）。

³¹担保または保証がついていることを条件とし、それぞれのカバー率の値は考慮しないものとする。

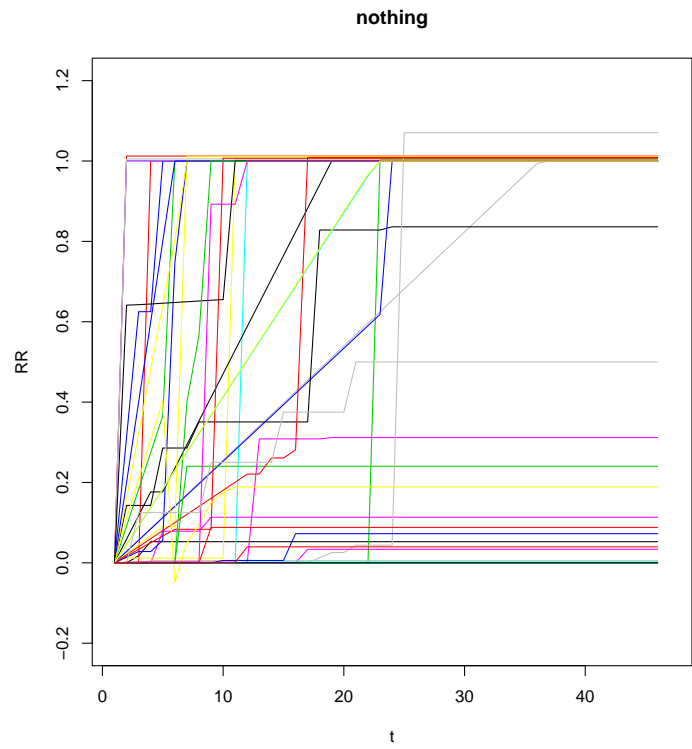


図 9: 担保・保証のついていない債務者の回収率の推移

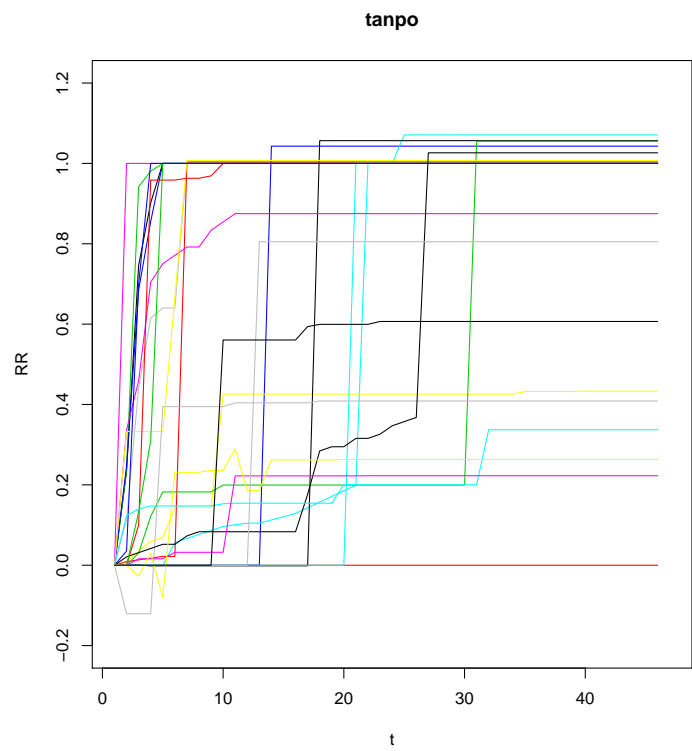


図 10: 担保のみついている債務者の回収率の推移

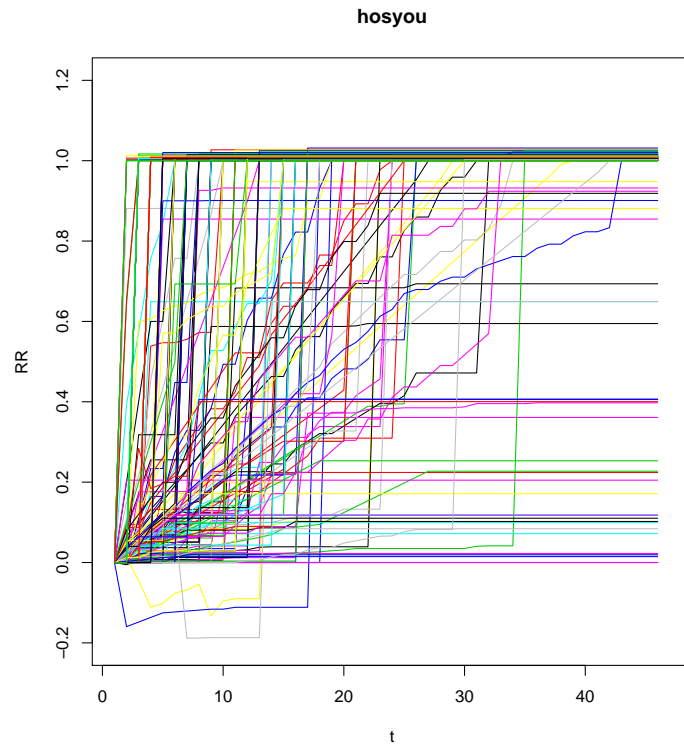


図 11: 保証のみついている債務者の回収率の推移

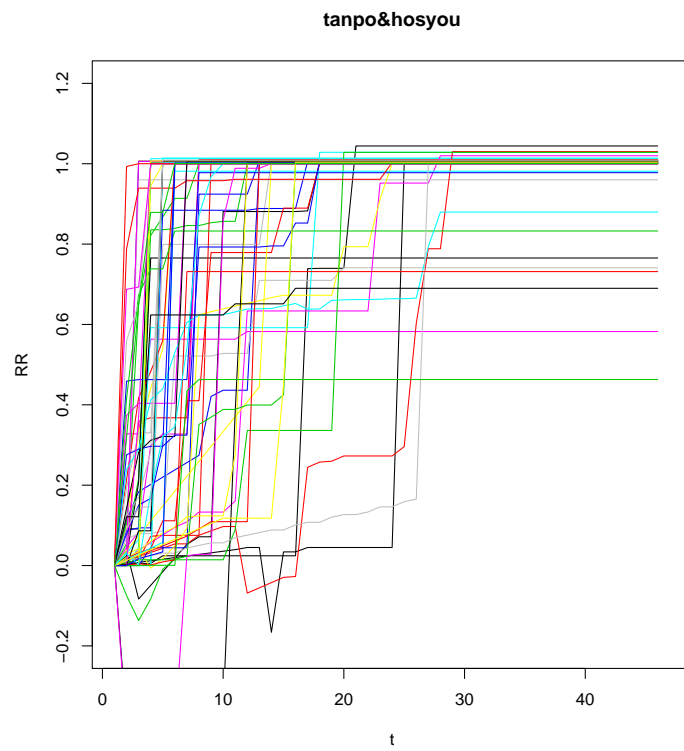


図 12: 担保・保証のついている債務者の回収率の推移

表 8: 担保・保証の有無による最終的な回収率の平均

担保・保証の有無	最終的な回収率の平均値 (%)
担保なし・保証なし	65.7
担保あり・保証なし	80.9
担保なし・保証あり	90.3
担保あり・保証あり	96.9

担保、保証の有無によって、回収率の平均値に差がみられる。特に、保証付債務者の回収率の高さが確認できる。

このとき、担保のみを有する債務者 (図 10) の担保カバー率の平均は 87.2%、保証のみを有する債務者 (図 11) の保証カバー率の平均は 97.2%、担保・保証がともに付いている債務者 (図 12) の担保カバー率の平均は 53.3%、保証カバー率の平均は 64.9%であることから、いずれか一方のみを有する債務者においては担保または保証の高いカバー率を有する債務者に対して融資を行っている様子が見られる。

8.2 債権規模による回収率の比較

次に、債権規模の大小が回収率に寄与するかを考察する。ここで、債権規模はデフォルト時の債権額 (EAD) とし、横軸に常用対数によって変換した EAD、縦軸に回収率の散布図を以下に示す (図 13)。

相関係数は-0.0125 であり、債権規模と回収率の間には相関はない。先行研究においては、債権規模と回収率の関係に対して相関があるとの結果を述べているものもある³²が、本研究で用いたデータにおいてはそのような結果は得られなかった。

参考文献

Altman, E. (2006) Default Recovery Rates and LGD in credit Risk Modeling and Practice: An Updated Review of the Literature and Empirical Evidence. *NYU working paper*.

³²例えば、Asarnow and Edwards (1995) や、Dermine and Carvallo (2006) にこの記述があり、共に負の相関があると述べている。

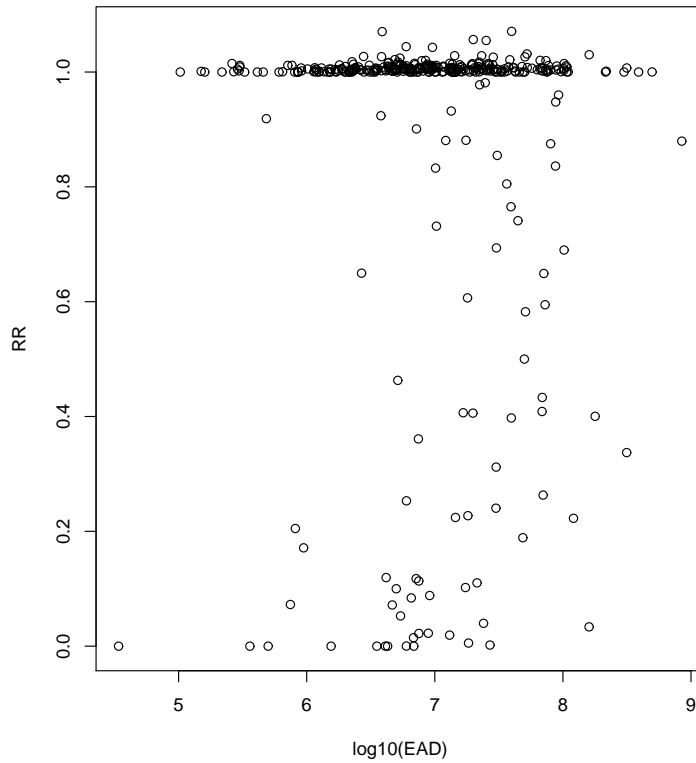


図 13: デフォルトした債務者の回収率の推移

Altman, E., Resti, A. and Sironi, A. (2001) Analyzing and Explaining Default Recovery Rates, *ISDA Research Report*, Dec.

Araten, M., Jacobs, M. Jr. and Varshney, P. (2004) Measuring LGD on commercial Loans: An 18-Year internal Study, *The RMA Journal* 4, 96-103.

Asarnow, E. and D. Edwards (1995) Measuring Loss on Defaulted Bank Loans: A 24-Year Study, *The Journal of Commercial Lending*, Vol. 77, No. 7, 11-23.

Basel II (2004) International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: A Revised Framework, *Bank for International Settlements*.

Black, F. and Cox, J. C. (1976) Valuing corporate securities: Some effects in bond indenture provisions, *Journal of Finance*, Vol.31, No.2, 351-367.

Dermine, J. and Carvalho C. N. (2006) Bank loan losses-given-default: A case study, *Journal of*

Banking and Finance, Vol.30, 1219-1243.

Duffie, D. and Singleton, K. (1999) Modeling term structures of defaultable bonds. *Review of Financial Studies*, 12, 687-720.

Eales, R. and Bosworth, E. (1998) Severity of Loss in the Event of Default in small Business and larger Consumer Loans, *The Journal of Lending and Credit Risk Management*, 58-65.

Felsovalyi, A. and Hurt, L. (1998) Measuring Loss on Latin American defaulted Bank Loans: A 27-Year Study of 27 Countries, *The Journal of Lending and Credit Risk Management.*, 41-46.

Franks, J., Servigny, A. and Davydenko, S. (2004) A comparative Analysis of the Recovery Process and Recovery Rates for private Companies in the U.K., France, and Germany, *Standard and Poors Risk Solutions*.

Grunert, J. and Weber, M. (2009) Recovery rates of commercial lending: Empirical evidence for German companies. *Journal of Banking and Finance*, Vol.33, 505-513.

Jarrow, R.A. (2001) Default Parameter Estimation Using Market Prices, *Financial Analysts Journal*, Vol.57, No.5, 75-92.

Jarrow, R. A. and Turnbull, S. (1995) Pricing derivatives on financial securities subject to credit risk. *Journal of Finance*, 50, 53-86.

Kijima, M. and Miyake, Y, (2004) On the Term Structure of Lending Interest Rates When a Fraction of Collateral is Recovered upon Default, *Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics*, Vol.21(1), 73-97.

Martin, D. (1979) Early warning of bank failure: A logit regression approach. *Journal of Banking and Finance*. Nov. Vol.1 249-276.

Merton, R.C. (1974) On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates,

Journal of Finance, 29, 449-470.

Longstaff, F., and Schwartz, E. (1995) A Simple Approach to Valuing Risky Fixed and Floating Rate, *Journal of Finance*, 50, 789-819.

Pykhtin, M. (2003) Unexpected Recovery Risk, *Risk*, Vol.16(8), 74-78.

Zhou, C. (2001) The term structure of credit spreads with jump risk, *Journal of Banking and Finance*, Vol.25, No.11, 2015-2040.

青沼君明、市川伸子 (2008) EXCEL で学ぶバーゼル 2 と信用リスク評価手法、金融財政事情研究会.

伊藤有希、山下智志 (2007) 中小企業に対する債権回収率の実証分析、金融庁金融研修センター・リサーチレビュー 2007, 189-218.

楠岡成雄、青沼君明、中山秀敏 (2001) クレジット・リスク・モデル—評価モデルの実用化とクレジット・デリバティブへの応用、金融財政事情研究会.

敦賀智裕、山下智志 (2007) デフォルト境界が不確実な場合の損失率：優先劣後構造を持つ債権への応用、金融研究、第 26 巻、第 2 号、79-102.

日本銀行金融機構局 (2005) 内部格付制度に基づく信用リスク管理の高度化、リスク管理高度化と金融機関経営に関するペーパーシリーズ.

森平爽一郎 (2009) 信用リスクモデリング-測定と管理-, 朝倉書店.

山下智志、木原隆夫 (2004) Reduced Form アプローチを用いた PD、LGD 同時推計、ISM Research Memorandum No.911、統計数理研究所.



金融庁金融研究研修センター

〒100-8967 東京都千代田区霞ヶ関 3-2-1
中央合同庁舎 7 号館 金融庁 15 階

Tel.03-3506-6000(内線 3293)

Fax.03-3506-6716

URL. <http://www.fsa.go.jp/frtc/index.html>