



マクロストレスシナリオをリスクパラメーターに 変換するための信用リスクモデル

菅野 正泰*

要 旨

本稿は、信用リスクのボトムアップ・アプローチ型マクロストレステストにおいて、監督当局から提示されるマクロストレスシナリオを、参加銀行が信用ポートフォリオリスク計量モデルで使用するリスクパラメーターに変換するための汎用的なベンチマークモデルを提案する。このモデルは、説明変数として、「個社の財務変数」「マクロ経済変数」「業務変数」の3種類を考慮し、「個社の財務指標」「マクロ経済指標」のパネルデータ・時系列データを使用する。多重積分を含む尤度関数の最尤推定により、自行の信用ポートフォリオに影響のあるマクロ経済変数を選択するアプローチである。

This paper proposes a versatile benchmark model on the bottom-up macro-stress test for credit risk that converts a macro-stress scenario into the risk parameters used in the credit portfolio risk model. Specifically, our model incorporates each company's financial factors, industrial factors and macroeconomic factors as the model's explanatory variables, therefore treats the panel or time-series data composed of each company's financial ratios and macroeconomic data. We estimate parameters of the model by maximum likelihood estimation based on the multiple integral. Our model will be helpful not only for banks but also for supervisory authorities to implement the stress test.

キーワード：マクロストレステスト、ストレスシナリオ、信用リスクモデル、パネルデータ

JEL: E37, G21, G28, G32

*神奈川大学経営学部准教授・京都大学博士（経済学）（元金融庁金融研究センター特別研究員）

本稿の執筆に当たっては、金融庁監督局諏訪亮一課長補佐、北野淳史課長補佐（当時）に有益な御意見をいただいた。また、匿名の査読者から有益なコメントを頂戴した。また、2014年2月の金融庁内報告会では、統計数理研究所山下智志教授、吉野直行金融研究センター長、坪内浩参事官、および齊藤貴文課長補佐から有益なコメントを頂戴した。なお、本稿は、筆者の個人的な見解であり、金融庁および金融研究センターの公式見解ではない。最後に、本研究に当たり、ムーディーズ・アナリティックス・ジャパン株式会社より、本研究の用途でEDFデータを提供頂いた。関係各位に心より感謝したい。

1. はじめに

グローバル金融危機後、金融機関の内部リスク管理、および監督当局の金融システム安定化・健全性維持の有力な手段として、ストレステストが注目されてきており、今日まで監督当局あるいは金融機関が主体となって様々なテストが実践されてきている。証券化商品や信用デリバティブなどの複雑な商品の登場によって、金融機関が、以前にもまして、実体経済と金融資本市場との相互連関性の中で活動する環境になってきており、従来の平時のリスク管理手法のみでは不十分であることが先の危機で露呈した。

信用リスクのストレステストは、一般に3段階からなる。(i)あるホライズン（リスク計測期間）に対して、予め設定したストレスシナリオを所与としたマクロ経済変数の予測、(ii)銀行の信用リスクパラメーター（典型的にはデフォルト確率（PD）とデフォルト時損失率（LGD））に対する、ストレス賦課したマクロ経済変数のインパクトの推定、および(iii)これら信用リスクパラメーターを使用して銀行の損益（健全性）に対するストレスシナリオのインパクトの評価である。

(i)と(ii)の段階の実施には一般には2つの異なるモデル化が含まれる。第一に、あるホライズンに対して、予め設定したストレスシナリオを所与としたマクロ経済変数の予測に関しては、マクロ経済モデルが典型的に使用される。一般に、1つ以上のマクロ経済変数に対するストレスショックがモデルに取り込まれ、モデル式によりショックの結果としてホライズンに対してマクロ経済変数が、どのように変動するかを決定する。第二に、モデル化の要素は、そのホライズンに対して、銀行の信用リスクパラメーターに対する幾つかのストレス賦課したマクロ経済変数のインパクトを推定する必要がある。信用リスクモデルは、銀行の信用リスクパラメーターをマクロ経済変数とリンクする方程式を一つ以上保有することを前提とする。マクロ経済モデルから導出したストレス賦課したマクロ経済変数は、信用リスクパラメーターのストレス値を得るためにこのモデルに投入される。最終的に信用リスクパラメーターのストレス値は、銀行のポートフォリオの損益に反映され、健全性へのインパクトを推定するのに供される。

さて、マクロストレステストは、ストレステストの中で、マクロ経済に甚大な影響を及ぼすマクロイベントの中で、グローバル金融危機や欧州債務危機などマクロ経済事象のシナリオを出発点として、ポートフォリオに対するシナリオのインパクトを分析する方法である。マクロストレステストには、トップダウン・アプローチとボトムアップ・アプローチがある。

トップダウン・アプローチは、民間銀行のバランスシート上のエクスポージャーに基づいて、金融当局（監督当局、中央銀行）が金融システムに対するショックのインパクトを「マクロ経済モデル」と「金融モデル」を使用して評価するアプローチである。

これに対して、ボトムアップ・アプローチは、金融当局が、あるストレスシナリオを設定し、テストに参加する銀行は、そのストレスシナリオに対する信用リスクパラメーターを推定し、自己のポジションあるいはエクスポージャーに対するシナリオのインパクトを評価し、最終的には、金融当局は、ストレスシナリオのシステム的なインパクトを評価するために参加銀行

の評価結果を合算するアプローチである。

ボトムアップ・アプローチのストレステストは、一般には、中央銀行あるいは監督当局が設定したストレスシナリオに対して、テストに参加する銀行が自己の金融ポジション・エクスポージャーに対するシナリオのインパクトを、銀行内部で開発したモデルを使用して行うテストである。トップダウン・アプローチのストレステストとの重要な違いは、銀行が使用するモデルは、その銀行固有のものであるという点である。

銀行内部で開発した信用リスクモデルは、実際には、2種類のモデルから構成されている。1つは信用リスクパラメーター推定モデルであり、デフォルト確率 (PD) やデフォルト時損失率 (LGD) の推定のために、それぞれモデルが存在する。銀行が使用する PD 推定モデルは種々あるが、例えば、銀行内部のデフォルトデータから推定する場合、主に企業固有の財務変数を基にモデル構築が行われている。

もう1つは信用ポートフォリオリスク計量モデルであり、信用リスク量を VaR などのリスク尺度によって計量化するモデルである。ここで、銀行が通常のリスク管理業務で使用する信用 VaR モデルなどの信用ポートフォリオリスク計量モデルは、ファクターモデルが多く、抽象化したリスクファクターが導入されている場合があるものの、残念なことに、GDP 成長率など実際のマクロ経済変数がリスクファクターとして導入されていないケースが多い¹⁾。そのため、ストレステストを実施する場合、マクロストレスのインパクトが、通常業務にはない手続で反映されたり、あるいは、通常使用する計量モデルとはロジックが全く異なる別のモデルで計量されるため、計量される信用リスク量に一貫性がない点が課題として挙げられる。

本稿は、わが国におけるボトムアップ・アプローチによるマクロストレステストのこうした課題を踏まえ、監督当局から提示されるマクロ経済変数セットとしてのマクロストレスシナリオを、銀行が自社の内部信用ポートフォリオリスク計量モデルのリスクパラメーターに変換するためのベンチマークモデルについて研究する。

金融機関がボトムアップ・アプローチのマクロストレステストを実施する場合、リスクファクターであるマクロ経済変数とリスクパラメーターとの関係を定式化した信用リスクパラメーター推定モデルを保有していないとき、あるいは、通常のリスク管理業務で使用する信用リスクモデルにリスクファクターをリスクパラメーターに変換する機能が具備されていないとき、マクロ経済変数を信用リスクモデルに統合するアプローチが必要となる。

なお、ベンチマークモデルとは、監督当局から提示されるマクロ経済変数セットのデータ全体を使い、個々の金融機関が通常使用している信用スコアあるいは財務指標のデータセットと

¹⁾ 信用ポートフォリオリスク計量モデルの代表的なモデルアプローチで、わが国の主要行の多くが内部モデルに導入している企業価値変動モデルでは、システムティック・リスクファクターと企業固有のリスクファクターにより、企業の資産価値収益率がモデル化される。システムティック・リスクファクターは、マクロ経済変数を包括する変数であるものの、実際には、モデル化の都合により、業種と国（海外の場合）でカテゴリー化した株価指数収益率のみで、GDP 成長率などのマクロ経済変数が導入されていない場合が多く見られる。なお、企業価値変動モデルのモデル化については、菅野 (2011)の第4章が詳しい。

併せて、モデルの仮定をなるべく置かない方法で、リスクファクターとしてのマクロ経済ファクターをリスクパラメーターに変換する汎用的なモデルを指す。

2. 実務における先行事例と先行研究

ボトムアップ型のマクロストレステストの実務における先行事例を検討し、また、学術研究における先行研究について考察する。

2. 1 実務事例

ボトムアップ型の場合、金融機関の内部モデルの詳細は一般には公表されていない。しかしながら、監督当局からテスト参加金融機関に提供されるマクロストレスシナリオの中には、その詳細が公表されているものもあり、テスト参加金融機関は、そのストレスシナリオを処理できるだけの内部モデルを有していることが望ましい。

マクロストレスシナリオのデータ形式に関して、実務における事例として、欧州銀行監督機構（EBA）が実施するテスト等は、将来のテスト設定期間に対応して、各マクロ経済変数のシナリオを数個だけ提供する形式をとる一方、他方、アメリカの CCAR（The Comprehensive Capital Analysis and Review: 包括的資本分析およびレビュー）では、各種マクロ経済変数に関して、テスト期間（13 四半期）にヒストリカルな期間（11 年+3 四半期）を含む 15 年間の 4 半期毎の時系列データ・パネルデータ²⁾が、監督当局である連邦準備制度（FRB）より EXCEL ファイルの形式で提供されている。

ここで、パネルデータを使用することの利点として、第 1 に、クロスセクション・データや時系列データと比べた場合、観察ポイントが格段に増加するので、推定精度が上がる、第 2 に、パネルデータを使用することによって、観察不可能な企業間の違いを固定効果として抽出することが可能になる、第 3 に、パネルデータは時系列データの性質も持っており、企業の信用リスクが、ある時点のマクロ経済変動に応じて、どのような反応をするかがわかる、という点が挙げられる。したがって、本研究においても、マクロストレスシナリオをリスクパラメーターに変換するためのベンチマークモデルを構築する際、パネルデータを利用可能とするモデルについて研究する。

2. 2 先行研究

企業のデフォルト率を推定する際に、マクロ経済変数を使用した先行研究に言及する。まず、信用リスクをマクロ経済変数と関連付ける研究の多くは、マクロ経済効果や信用格付別のデフ

²⁾ 金融経済データは、時系列データ、クロスセクション・データ、およびパネルデータに大別される。時系列データは、同一主体の時系列方向の変化を含むデータであるのに対して、クロスセクション・データは、ある時点での複数の経済主体に関するデータを指す。パネルデータは、複数の経済主体のデータを複数時点で観察できるものを指す。ここでいう複数の経済主体には、一般に、国内経済における個々の企業や、国際経済における個々の国などが該当する。なお、パネルデータには、経済主体（クロスセクション方向）の数が、時系列方向のデータ数より多いという特徴がある。

オルト率を説明する変数にマクロ経済変数を導入するアプローチであり、Duffie 他 (2007, 2009)、Koopman 他 (2005, 2009, 2011)、Kanno (2012)など数多くみられる。

Duffie 他 (2007)は、企業固有の共変量とマクロ経済の共変量のダイナミクスについて、マルコフ状態ベクトルを使いモデル化し、条件付デフォルト確率の最尤推定量を求めた。また、Duffie 他 (2009)は、観測可能な共変量として、デフォルト距離など企業固有のデフォルト予測共変量と金利や株価指数リターンなどマクロ経済共変量を導入し、また、観測不可能な共変量として、企業固有の共変量とポートフォリオのデフォルト損失への影響が少ない観測不可能なマクロ経済共変量を導入し、企業の条件付平均デフォルト率 (デフォルト強度) を推定した。4種類の共変量のうち、2種類の観測されない共変量に関しては、事後分布を観測可能な共変量の事前分布の情報から推定するものであり、観測不可能なマクロ経済共変量については、オルンシュタイン=ウーレンベック過程によりモデル化して推定を行っている。したがって、両者ともマクロ経済共変量を特定の確率過程によりモデル化しており、マクロ経済変数セットとしてのマクロストレスシナリオを、銀行が自社の内部信用ポートフォリオリスク計量モデルのリスクパラメーターに変換するという本稿の目的からは外れる。

これに対して、金融機関の信用リスクモデルにマクロ経済変数を統合したモデルの事例として、Hamerle and Rosch (2006)と、それを発展させた Hamerle 他 (2011)のアプローチを挙げることができる。

Hamerle and Rosch (2006)は、最尤推定法により、3つの商用のポートフォリオリスク計量モデル (CreditMetrics、CreditRisk+および CreditPortfolioView) のパラメーターを銀行が推定する方法を示している。考慮するリスクファクターは、債務者固有のリスクファクターとマクロ経済ファクターおよび業種固有のリスクファクターの3種類である。ここで、債務者固有のリスクファクターは個社の財務指標ではなく、ドイツ・ブンデスバンクが提供した信用スコアで代替している。このスコアは、業種毎に線形判別分析によって推定したものであり、4つの財務指標から構成される。また、マクロ経済ファクターとして、2つの業種 (製造業、商業) に対して、それぞれ1つの個別の変数を使用しており、製造業に対しては IFO 企業景況感指数³⁾、商業に対しては負債金利を使用している。また、業種固有のリスクファクターについては、潜在変数として定式化しているため、具体的なデータは使用されていない。最尤推定法を行う場合、尤度関数は業種固有のリスクファクターの条件付尤度関数を定義し、その後、このファクターに関して $[-\infty, \infty]$ の区間で積分することで無条件の尤度関数を導出している。

Hamerle 他 (2011)のアプローチは、Hamerle and Rösch (2006)を発展させ、マクロ経済ファクターおよび業種固有のリスクファクターとも、マルチファクターにしている。彼らを使用したデータはムーディーズ社の社債デフォルト・データベースであり、1982年第3四半期から2008年第4四半期までの4半期毎の北米の社債発行体の格付およびデフォルト情報が含まれている。企業固有のリスクファクターとして、ムーディーズ社の個社別信用格付の1変数のみ定義して

³⁾ IFO 研究所が旧西ドイツ約 7000 社の役員等を対象に調査・集計を行ったものである。1991 年を基準 100 とした指数で翌月下旬に発表され、生産・在庫・受注・価格・雇用の項目に分かれ、鉱工業生産との関連が高く、発表も早いことから、ドイツの経済指標の中で最も注目されている。

おり、また、業種として、資本財、消費財、および小売・流通の3業種を考慮している。他方、マクロ経済データとして、GDP、失業率、長短金利、鉱工業生産率、不良債権償却率、株式の市場リターン、消費者物価指数がデータベースに含まれるが、最終的にマクロ経済ファクターとして選択したものは、失業率、ダウ・ジョーンズ工業株式平均（小売り・流通業種のみ）、および鉱工業生産率（資本財業種のみ）の3種類のみである。彼らの論文も、Hamerle and Rösch (2006)同様に最尤推定法によりパラメーター推定を行っているが、業種リスクファクターがマルチファクターで、かつ業種間の相関を考慮し一般化しているため、無条件の尤度関数が多重積分⁴⁾になっている。したがって、Hamerle and Rösch (2006)以上に尤度関数が複雑な形になっており、数値計算上の負荷が大きい。

以降では、Hamerle 他 (2011)のアプローチを拡張して、わが国の上場企業のデフォルトを考慮したマクロ経済ファクターと業種リスクファクターを含む信用リスクモデルを構築し、デフォルト確率 (PD) にインプライされるマクロ経済ファクターと業種リスクファクターをリスクパラメーターに変換する（同時推定する）アプローチについて研究する。

3. デフォルトリスク・モデル

マクロファクター・アプローチにより、個社のデフォルトリスクを説明するモデルを構築する。ここで、企業固有のリスクファクターとして、ある特定の手段により個社の信用情報が加工・集約された個社の信用格付ではなく、一般に入手可能な基礎情報としての財務指標を使用できるように Hamerle 他 (2011)のアプローチを拡張することで、頑健な統計モデルを構築する。

まず、信用リスクの構造モデルアプローチに従い、企業 i の期間 t における資産価値リターンを表す潜在変数を $R_{i,t}$ ($i=1, \dots, N_t, t=1, \dots, T$) とおく。ここで、 N_t は期間 t の期初に存在する企業の集合を表す。このとき、資産価値リターン $R_{i,t}$ を次式で定式化(考え方は補論 7.1 を参照)する。

$$R_{i,t} = \beta_0 + \beta' \mathbf{x}_{i,t-1} + \gamma' \mathbf{z}_{t-1} + \psi_i' \mathbf{f}_t + \varepsilon_{i,t} \quad (3.1)$$

ここで、 $\mathbf{x}_{i,t} = (x_{i,t,1} \dots x_{i,t,n})'$ は企業 i 固有の期間 t におけるベクトルサイズ n のリスクファクター・ベクトルで、個社の財務指標など観測可能な変数である。 \mathbf{z}_t は期間 t におけるマクロ経済ファクター・ベクトルで、GDP 成長率、失業率などの観測可能なマクロ経済変数のセットである。 $\mathbf{x}_{i,t}$ と \mathbf{z}_t には、 $R_{i,t}$ に比べて 1 期間のタイムラグを設定する。また、 β と γ は、それぞれ企業固有のリスクファクターとマクロ経済ファクターに対応した係数ベクトルで、 β_0 は企業 i の属する業種 j ($j=1, \dots, J$) 固有の定数である。

また、 $\mathbf{f}_t = (f_{1,t}, \dots, f_{J,t})$ は J 個の業種リスクファクターで構成される潜在変数ベクトルで、各成分 $f_{j,t}$ ($j=1, \dots, J$) は、それぞれ標準正規分布に従う。 $\varepsilon_{i,t}$ は企業 i 固有のリスクファクターで、標準正規分布に従う。 $\psi_i' = (\sqrt{\psi_{i,1}}, \dots, \sqrt{\psi_{i,J}})$ は、 $f_{j,t}$ ($j=1, \dots, J$) に対する係数ベクトル

⁴⁾ このタイプのモデルの推定方法の解説として、例えば、Greene (2008)の第 17 章が参考になる。

ルで、

$$\psi_{i,j} = \begin{cases} \psi_j; & \text{企業が業種}j\text{に属する場合} \\ 0; & \text{それ以外} \end{cases} \quad (3.2)$$

である。また、 $f_{j,t} (j=1, \dots, J)$ と $\varepsilon_{i,t}$ は、任意の時点 t に関して独立で、 $\varepsilon_{i,t}$ はクロスセクション方向および時系列方向に対して独立である。これに対して、 $\mathbf{f}_t = (f_{1,t}, \dots, f_{J,t})$ は時系列方向に独立であるが、クロスセクション方向に相関構造を有する。すなわち、ベクトル \mathbf{f}_t の相関係数行列を、

$$\text{Corr}(\mathbf{f}_t) := \mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} \omega_{1,1} & \omega_{1,2} & \cdots & \omega_{1,J} \\ \omega_{2,1} & \omega_{2,2} & \cdots & \omega_{2,J} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_{J,1} & \omega_{J,2} & \cdots & \omega_{J,J} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

とおく。この結果、2社の固有リスクファクターとマクロ経済ファクターの値を所与とすると、2社 a (業種 j に所属) および b (業種 k に所属) の資産価値リターンは、次式のような相関構造を有する。

$$\text{Corr}(R_{a,t}, R_{b,t}) = \begin{cases} \psi_j & ; j = k \\ \sqrt{\psi_a \psi_b} \omega_{a,b} & ; j \neq k \end{cases} \quad (3.4)$$

次に、信用リスクの構造モデルアプローチでは、企業 i の資産価値リターン $R_{i,t}$ がデフォルト閾値を下回った時にデフォルトが発生すると考える。ここで、信用事由の考え方として、デフォルトモード方式を採用すると、資産収益率 $R_{i,t}$ は期待値 0 のリスクファクターの線形結合で定式化しているので、資産価値リターン $R_{i,t}$ が 0 を下回った時にデフォルトが発生すると考えることができる。これをデフォルト指標関数により表すと、

$$\mathbf{1}_{i,t} = \begin{cases} 1; & R_{i,t} < 0 \\ 0; & \text{それ以外} \end{cases} \quad (3.5)$$

となる (考え方は補論 7.1 を参照)。このとき、企業固有のリスクファクター、マクロ経済リスクファクター、および業種リスクファクター・ベクトルの実現値を所与として、企業 i の条件付デフォルト確率は次式のようになる。

$$\begin{aligned} P_{i,t}(\mathbf{x}_{i,t-1}, \mathbf{z}_{t-1}, \mathbf{f}_t) &:= P(R_{i,t} < 0 | \mathbf{x}_{i,t-1}, \mathbf{z}_{t-1}, \mathbf{f}_t) = E[\mathbf{1}_{i,t} | \mathbf{x}_{i,t-1}, \mathbf{z}_{t-1}, \mathbf{f}_t] \\ &= P(\varepsilon_{i,t} < -(\beta_0 + \boldsymbol{\beta}' \mathbf{x}_{i,t-1} + \boldsymbol{\gamma}' \mathbf{z}_{t-1} + \boldsymbol{\psi}' \mathbf{f}_t)) \\ &= \Phi(-(\beta_0 + \boldsymbol{\beta}' \mathbf{x}_{i,t-1} + \boldsymbol{\gamma}' \mathbf{z}_{t-1} + \boldsymbol{\psi}' \mathbf{f}_t)) \end{aligned} \quad (3.6)$$

ここで、 $\Phi(\cdot)$ は標準正規累積分布関数である。

期間 t に対する企業 i のデフォルトの有無をデフォルト指標関数 $d_{i,t} = \mathbf{1}_{i,t}$ で表す。ポートフォ

リオ内の企業のデフォルトは条件付独立で発生すると仮定すると、業種リスクファクター・ベクトル \mathbf{f}_t を所与とするポートフォリオ全体の条件付デフォルト確率は次式となる。

$$p_t(\mathbf{x}_{i,t-1}, \mathbf{z}_{t-1}, \mathbf{f}_t) := \prod_{i=1}^{N_t} p_t(\mathbf{x}_{i,t-1}, \mathbf{z}_{t-1}, \mathbf{f}_t)^{d_{i,t}} \left(1 - p_t(\mathbf{x}_{i,t-1}, \mathbf{z}_{t-1}, \mathbf{f}_t)\right)^{1-d_{i,t}} \quad (3.7)$$

したがって、期間 t に対する条件付尤度関数は次式のようになる。

$$p_t(\mathbf{x}_{i,t-1}, \mathbf{z}_{t-1}) := \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^{N_t} p_t(\mathbf{x}_{i,t-1}, \mathbf{z}_{t-1}, \mathbf{f}_t)^{d_{i,t}} \left(1 - p_t(\mathbf{x}_{i,t-1}, \mathbf{z}_{t-1}, \mathbf{f}_t)\right)^{1-d_{i,t}} \phi(f_{1,t}, \dots, f_{J,t}) df_{1,t} \cdots df_{J,t} \quad (3.8)$$

(3.8)式は条件付デフォルト確率を構成するパラメーター関数である。分析に使用するデータには、時系列方向に T 期間の観測値が得られるとすると、対数尤度関数を各期間の対数尤度の和として、次式のように表すことにする。

$$l = \sum_{t=1}^T \ln \left(\int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^{N_t} p_t(\mathbf{x}_{i,t-1}, \mathbf{z}_{t-1}, \mathbf{f}_t)^{d_{i,t}} \left(1 - p_t(\mathbf{x}_{i,t-1}, \mathbf{z}_{t-1}, \mathbf{f}_t)\right)^{1-d_{i,t}} \phi(\mathbf{f}_t; \mathbf{0}, \mathbf{\Omega}) df_{1,t} \cdots df_{J,t} \right) \quad (3.9)$$

ここで、 $\phi(\mathbf{f}_t; \mathbf{0}, \mathbf{\Omega})$ は平均ベクトル $\mathbf{0}$ 、相関係数行列が(3.3)式の $\mathbf{\Omega}$ を有する J 変量の標準正規密度関数である。(3.9)式に含まれる多重積分は、実務上は適応ガウス求積法（詳細は補論 7.2 を参照）などの数値積分により計算することができるが、次数の増加に伴い多大な計算時間を要する。また、数値的に最適化する方法として、ニュートン・ラフソン法などの手法が挙げられるが、この手法自体は多くの統計ソフトウェアに実装されている。

この節で構築したデフォルトリスク・モデルは、潜在変数としての業種リスクファクターに加え、一般に入手可能かつ観測可能な企業固有のリスクファクター（財務指標）とマクロ経済ファクター（マクロ経済指標）のパネルデータ・時系列データを利用することが可能で、かつ、業種別のデフォルトリスクの相違を考慮可能な汎用的なモデルであり、従来の構造モデルのアプローチに比べて、マクロストレスシナリオの情報を最大限利用することが可能である。

4. データ

本研究の分析対象は、わが国の上場企業である。分析に使用するデータのタイプは、時系列データおよびパネルデータで、後者はクロスセクション方向と時系列方向の両方の要素を持つデータである。データの種類としては、個社別の財務データ、デフォルトデータ、およびマクロ経済データである。

まず、財務データについては、Hamerle 他 (2011)等の先行研究では、企業固有のリスクファクターとして格付スコアのような個社の信用リスクを代表する指標を使用しているものの、本研究では、格付スコアを推定する元となる財務指標をマクロ経済変数と同時推定する。財務デ

ータは、EOL⁵⁾の上場企業財務データベースから入手した。このデータベースには、連結決算データベースで2012年3月末現在約35百社の上場企業が存在し、2001年4月から2012年3月までの11年間に本決算を迎えた延べ社数は34,474社である。この間にデフォルトしなければ、その企業は毎年1社、延べで11社とカウントされ、途中でデフォルトした場合、デフォルト直前の本決算データが存在する年度までを1社とカウントすることにする。この中から建設業、卸売業、および不動産業の3業種を切り出して分析する。

また、2001年4月から2012年3月までの11年間にデフォルトした上場企業数は142社である。なお、データ処理上は、デフォルト時点を法的手続の申請時点ではなく、デフォルト直前の決算期と認識して処理し、最後の決算期のみデフォルト・フラグを立てる。したがって、11年間の延べ社数34,474社には、デフォルト直前の決算期を1社とカウントして含めていることに注意したい。例えば、3月末決算の企業が2005年8月にデフォルトした場合、直前の2005年3月期の決算分まで4期のデータが含まれているため、延べ社数は4社ということになる。

表4.1に分析に切り出した3業種（建設業、卸売業、不動産業）の11年間の延べ企業数とその間にデフォルトが観測された企業数を示す。なお、業種別のデフォルト率については、後掲の表4.3を参照されたい。

表 4.1：業種別延べ企業数とデフォルト企業数

業種	延べ企業数	デフォルト企業数
建設業	1,889	23
卸売業	3,423	9
不動産業	1,010	23
合計	6,322	55

入手したデータ項目は、自己資本(百万円)、EBITDA(百万円)、使用総資本事業利益率(ROA)(%)、売上高営業利益率(%）、売上高経常利益率(%）、売上債権回転期間(月)、流動比率(%）、当座比率(%）、固定長期適合率(%）、自己資本比率(%）、インタレスト・カバレッジ・レシオ(倍)、営業キャッシュフロー比率(キャッシュフローマージン)(%)、営業キャッシュフロー対流動負債比率(%）の13項目である。ただし、金額ベースの指標である自己資本およびEBITDAは自然対数変換を行った。これらの財務項目は、一般に金融機関が内部の信用スコアリングモデルを構築する際の主要な項目を成しており、規模指標、安全性指標、および収益性指標の3タイプの何れかに該当する指標を選択した。

また、業種リスクファクターに対応する業種分類として、東証33業種(証券コード協議会による業種分類)を10分類に集約した業種分類を想定する(表4.2参照)。ここでの集約は、株式会社東京商工リサーチが日本標準産業分類に準拠して集約している10分類を採用する。なお、東証業種区分が非公表の企業に関しては、金融庁(EDINET)の業種分類を参考に業種分類を

⁵⁾ 株式会社プロネクサスが提供する財務関連データベースの名称である。

行った。

表 4.3 および図 4.1 は 11 年間の業種別実績デフォルト率の推移を示したものであるが、11 年間の全業種平均デフォルト率は 0.51% で、リーマンショック後の不動産業と建設業のデフォルト率が、それぞれ 10.3% と 6.1% と他の業種と比較して極めて高いことが見て取ることができる。したがって、本研究での分析対象業種として、建設業と不動産業に加え、卸売業の 3 業種を選択する。

ここで、Moody's Analytics 社のフォワードルッキングな期間 1 年の個社別予想デフォルト率 (EDF) を用いて、年度別・業種別に個社の EDF を平均したものを図 4.2 に示す。例えば、2008 年の EDF は、2008 年 4 月末から 2009 年 3 月末までの各月末時点リスクホライズンのエンドとするデフォルト確率の単純平均である。図 4.1 では、実績デフォルト率のピークは、2007 年度に見られるが、これに対して、EDF のピークはリーマンショック後の 2009 年度に見られる点に留意が必要である。EDF の予測は、リーマンショックの経験を踏まえたものであるため、実績値と予測値の間にずれが生じたと考えられる。

また、予想デフォルト率 EDF と実績デフォルト率との差を図 4.3 に示す。図 4.3 を見ると、2008 年度から 2010 年度にかけて、不動産業および建設業の予測値 (EDF) と実績値との乖離が極めて大きいことがわかる。2008 年度は、9 月にリーマンショックが発生したことにより、EDF の予測を上回るデフォルト実績が発生し、逆に、2009 年度は、リーマンショックの影響が反映された株価や財務変数の数値をベースとして EDF が計算されているため、厳しめの予測がなされたことになる。

他方、参考までに「わが国の全企業」の業種別デフォルト率の推移を 2003 年 4 月から 2012 年 3 月までの 9 年間にわたり計算⁶⁾したものが図 4.4 である。全企業で見ると、この 9 年間のデフォルト率は 2% 以内に収まっており、不動産業、建設業が特段高い数値を示しているわけでもないことがわかる。如何に建設業や不動産業の上場企業がリーマンショックに影響を受けたかがわかる。

⁶⁾ 企業数は、総務省事業所・企業統計調査による。また、デフォルト数は、東京商工リサーチ HP に掲載されている全国・負債総額 1 千万円以上の倒産統計による。

表 4.2：業種分類

東証 33 業種		本稿の業種分類	
1	水産・農林業	1	農・林・漁・鉱業
2	鉱業		
3	建設業	2	建設業
4	食料品	3	製造業
5	繊維製品		
6	パルプ・紙		
7	化学		
8	医薬品		
9	石油・石炭製品		
10	ゴム製品		
11	ガラス・土石製品		
12	鉄鋼		
13	非鉄金属		
14	金属製品		
15	機械	10	サービス業他
16	電気機器		
17	輸送用機器		
18	精密機器		
19	その他製品	8	運輸業
20	電気・ガス業		
21	陸運業		
22	海運業		
23	空運業	9	情報通信業
24	倉庫・運輸関連		
25	情報・通信業	4	卸売業
26	卸売業		
27	小売業	5	小売業
28	銀行業		
29	証券、商品先物取引業	6	金融・保険業
30	保険業		
31	その他金融業		
32	不動産業	7	不動産業
33	サービス業	10	サービス業他

表 4.3：年度別・業種別デフォルト率

業種／年度	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
農・林・漁・鉱業	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
建設業	1.71%	1.05%	1.08%	1.09%	0.00%	0.54%	6.15%	1.16%	0.00%	0.00%	0.00%
製造業	0.57%	0.35%	0.28%	0.14%	0.07%	0.14%	0.14%	0.07%	0.14%	0.07%	0.07%
卸売業	0.38%	1.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.60%	0.61%	0.62%	0.00%	0.00%	0.00%
小売業	0.50%	1.25%	0.41%	0.00%	0.00%	0.36%	0.71%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
金融・保険業	0.61%	0.58%	0.00%	0.00%	0.00%	0.55%	0.00%	1.14%	0.59%	0.60%	0.00%
不動産業	3.64%	1.49%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	10.34%	6.25%	0.99%	0.00%	1.01%
運輸業	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.79%	0.00%	0.00%	0.00%
情報通信業	0.00%	0.00%	0.50%	0.00%	0.39%	0.00%	0.33%	0.68%	0.70%	0.37%	0.38%
サービス業他	0.00%	0.43%	0.41%	0.00%	0.00%	0.66%	0.63%	0.64%	0.33%	0.00%	0.00%

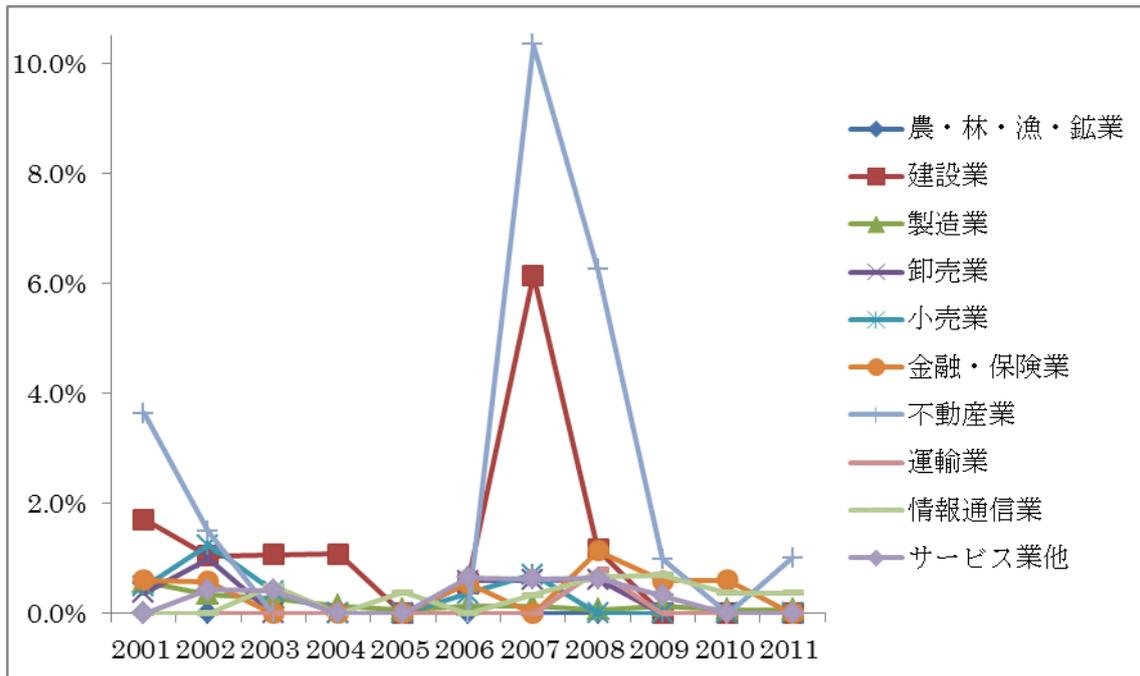


図 4.1：上場企業の業種別実績デフォルト率の推移（2001年4月～2012年3月）
 (注) 横軸は決算年度をとっているため、デフォルトした企業のデフォルト時点と最後の決算時点とは、最大1年ずれることに注意したい。

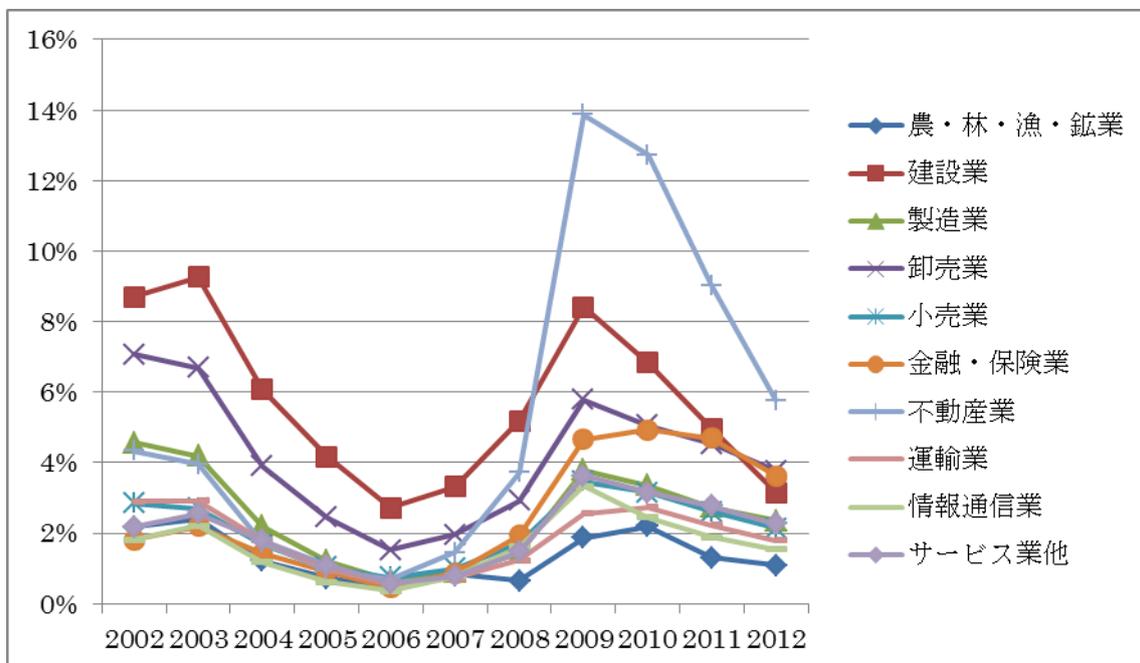


図 4.2：上場企業の業種別年間平均予想デフォルト率（EDF）の推移
 (2001年4月～2012年3月)
 (注) 横軸は年度を示し、例えば、2002は2002年度末、すなわち2003年3月時点を表す。

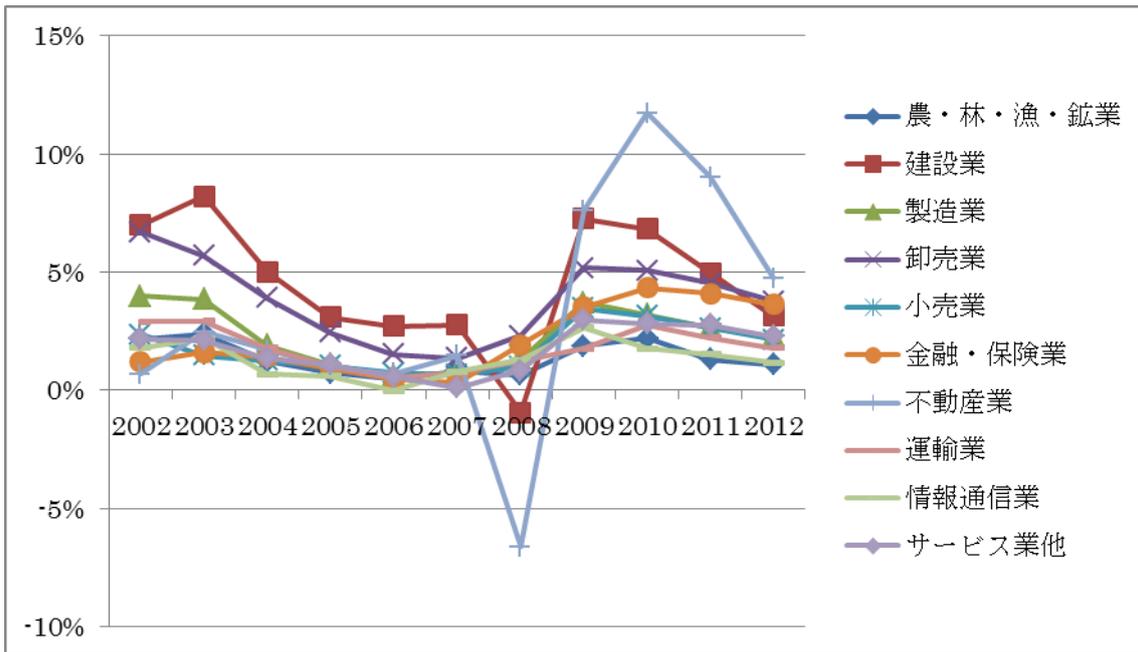


図 4.3：上場企業の業種別年間平均予想デフォルト率（EDF）—実績デフォルト率の推移
（2001年4月～2012年3月）

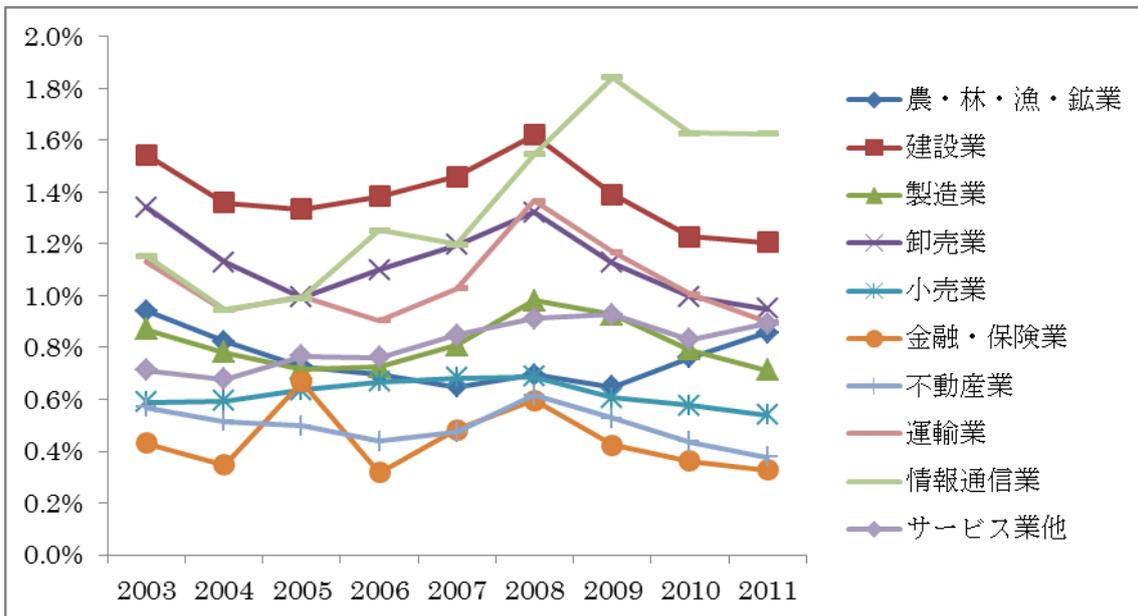


図 4.4：わが国全企業の業種別デフォルト率の推移
（2003年4月～2012年3月）

次に、マクロ経済データについては、日経 Astra Manager のデータベースを使用した。採取したデータに含まれる項目は、実質 GDP 成長率、CPI、完全失業率、景気動向指数、コールレート無条件オーバーナイト物、10 年物国債利回り、長期国債 10 年物応募者利回り、

および民間最終消費支出である。最後の民間最終消費支出は、GDP 消費項目の1つで、一般に個人消費とも言われている。

なお、欠損値については、特定年度の一部の財務項目が欠損している場合、他の項目が揃っていても、その企業の特定年度の財務データのみ除外することとした。

5. リスクファクターの推定手順と結果

5. 1 リスクファクターの推定手順

第3章の式(3.1)でマクロ経済ファクター・ベクトルを含むモデルを「モデルⅠ」とし、その対比として、マクロ経済ファクター・ベクトルを含まないモデルを「モデルⅡ」とする。ここで、モデルⅠはポイント・イン・タイム (Point In Time) の特性が有するが、モデルⅡはスルー・ザ・サイクル (Through The Cycle) の特性を有する。モデルⅠのリスクファクターについては、係数の符号および有意性に基づいて選択する。また、モデルⅡの財務指標については、モデルⅠで選択された組み合わせを最大集合とし、その中から係数の符号および有意性の確認を行い、絞り込みを行う。

各リスクファクターの候補項目に一般に期待される符号を表5.1に掲載する。まず、企業固有のリスクファクターの符号について見る。固定長期適合比率以外は、その財務指標が増加すると、企業は健全性が高まるので、デフォルトの可能性は低下するというので、符号はマイナス(－)である。固定長期適合比率については、固定長期適合比率(%) = 固定資産 / (自己資本 + 固定負債) の計算式で表される通り、この指標が100%以上となった場合、固定資産の維持調達が流動負債にも依存していることを示すことから、資金繰りが厳しい状態と考えられるため、符号はプラス(＋)である。

ここで、符号に関して、参考までに白田(2008)の日本企業⁷⁾に対する財務指標分析に触れておく。その中で、表5.1に取り上げた財務指標の一部についても分析を行っており、流動比率、固定長期適合率、売上債権回転期間、営業キャッシュフロー比率などの財務指標は、経済環境の変化に影響を受けることがほとんどない指標としての有意性を認めているが、例えば、流動比率は高い方が、資金流動性が高いと判断されることや、固定長期適合率は低い方が資金配分に無理なく安全性が高いという傾向は理論としては正しいが、実際は理論通りの傾向を示さないと指摘している。つまり、財務指標の全てが線形的に悪化あるいは良好へと変化するのではなく、中には非線形で企業の財務内容に影響を与える指標が多数存在すると指摘している。したがって、推定においては、表5.1の符号は一つの目安として取り扱うものとする。

⁷⁾ 企業の範囲が明示されていないが、(株)帝国データバンクの保有するデータベースを利用しているものと考えられる。期間は1992年から2000年で、データ数は、倒産企業については、各年110件から260件、継続企業については、約10万社の中から抽出した各年130件から850件である。抽出方法は不明である。

表 5.1：リスクファクター候補項目の符号一覧

	リスクファクター	符号
企業固有の リスクファ クター (財務指標)	自己資本対数変換	—
	EBITDA 対数変換	—
	使用総資本事業利益率 (ROA)	—
	売上高営業利益率	—
	売上高経常利益率	—
	売上債権回転期間	—
	流動比率	—
	当座比率	—
	固定長期適合比率	+
	自己資本比率	—
	インタレスト・カバレッジ・レシオ	—
	営業キャッシュフロー比率 (キャッシュフロー・マージン)	—
	営業キャッシュフロー流動性比率	—
マクロ経済 ファクター	実質 GDP 成長率 (季節調整済、前期比、年率換算%)	+/-
	CPI 総合 (除く 生鮮食品) 変化率 (前年同月比%)	+/-
	完全失業率変化率 (季節調整済、前年同月比%)	+/-
	コールレート無条件 O/N 物直近値 (%)	+/-
	10 年物国債利回り直近値 (%)	+/-
	10 年物国債利回りーコールレート無条件 O/N 物 (%)	+/-
	長期国債 10 年物応募者利回り直近値 (%)	+/-
	TOPIX (東証第 1 部) 直近値 (前月比)	+/-
民間最終消費支出 (実質) 成長率 (季節調整済、前期比、年率換算%)	+/-	
業種リスク ファクター	建設業ファクター	+/-
	卸売業ファクター	+/-
	不動産業ファクター	+/-

次に、マクロ経済ファクターの符号について見る。ここで、各マクロ経済ファクターの時系列推移は、図 5.1 から図 5.8 の通りである。完全失業率の増加は企業のデフォルトの増加に繋がり、他方、実質 GDP 成長率や民間最終消費支出 (実質) 成長率の増加はデフォルトの減少につながることも一見考えられるが、そうした関係が必ずしも固定的に維持されるわけではないので、マクロ経済ファクター全ての符号について、プラスでもマイナスでも可とする。なお、民間最終消費支出は GDP の消費項目の 1 つで、一般的に「個人消費」とも呼ばれるが、民間最終消費支出の中には、食料品代など、生活するために必要な支出

が含まれているため、民間住宅投資などの他の需要項目と比べて変動が必ずしも激しくな
いという特徴があり、実質 GDP 成長率と民間最終消費支出（実質）成長率の符号が必ず
しも一致するわけではない（図 5.1 と図 5.8 を参照）。

最後に、業種ファクターについては、業種ファクターが増加すると、反対にデフォルト
が減少するため、符号はマイナスと一般に考えられるが、業種内の全ての企業について 該当
すると言い切れないので、符号の制約としては、マイナスであってもプラスであっても構
わないとする。

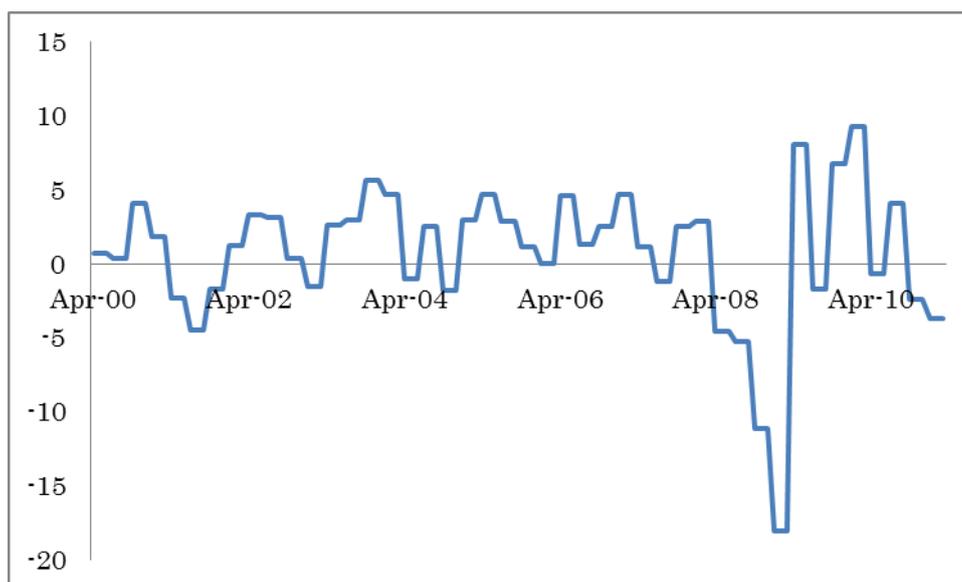


図 5.1 : 実質 GDP 成長率 (%)

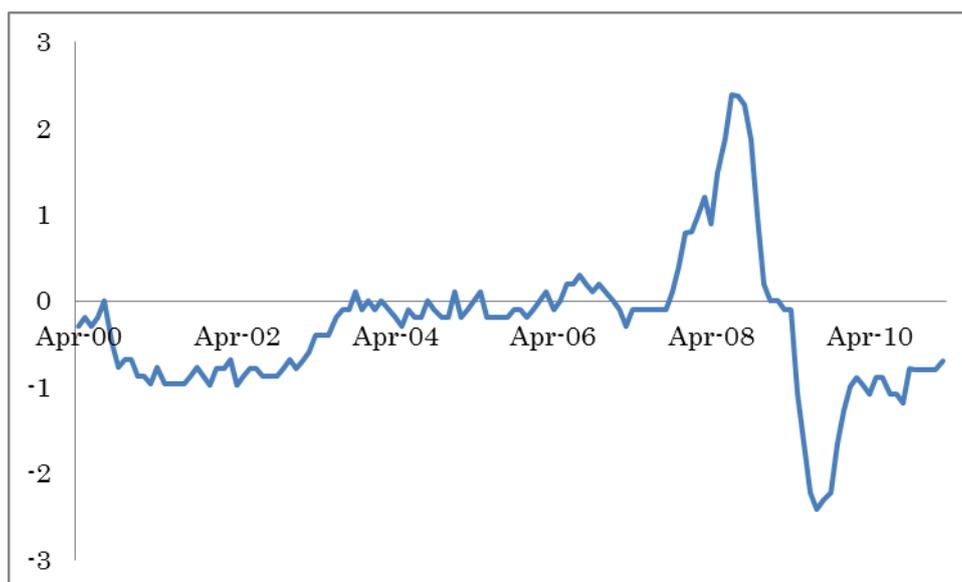


図 5.2 : CPI 総合（除く 生鮮食品）変化率 (%)

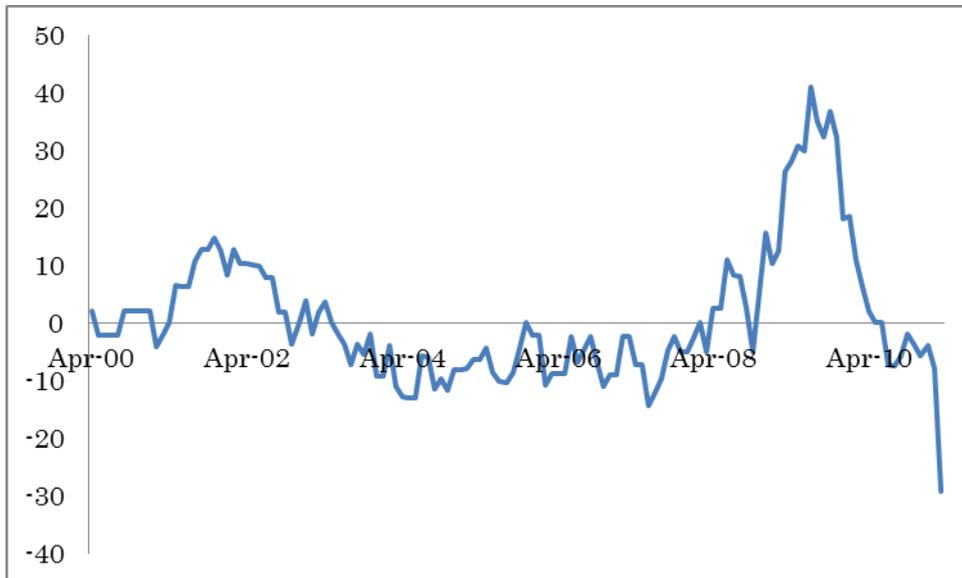


図 5.3 : 完全失業率変化率 (%)

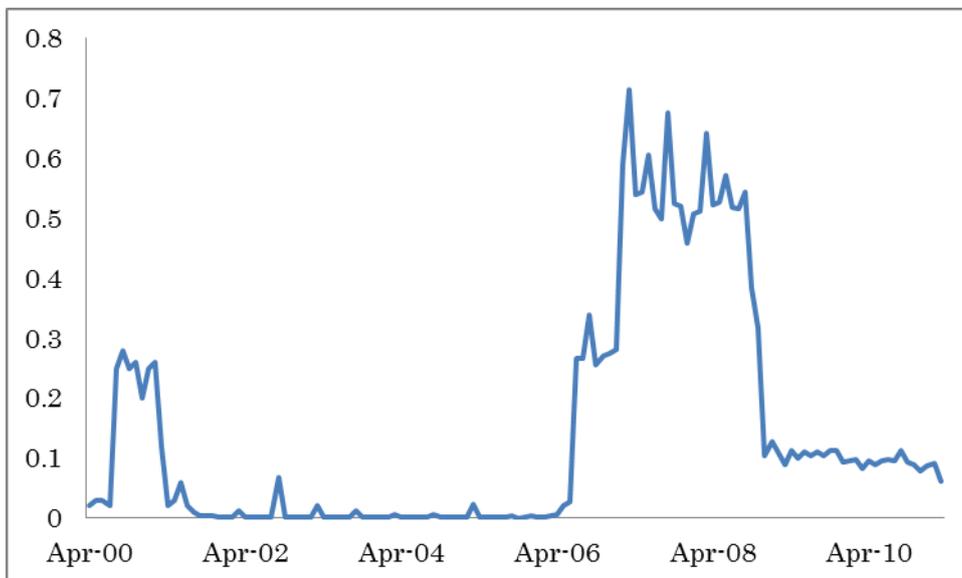


図 5.4 : コールレート無条件 O/N 物 (%)

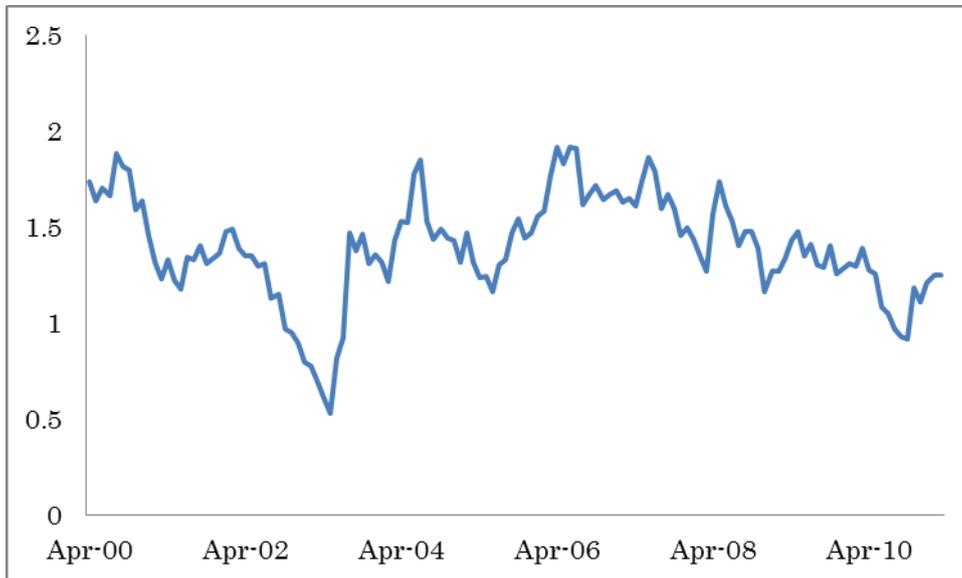


図 5.5 : 10 年物国債利回り (%)

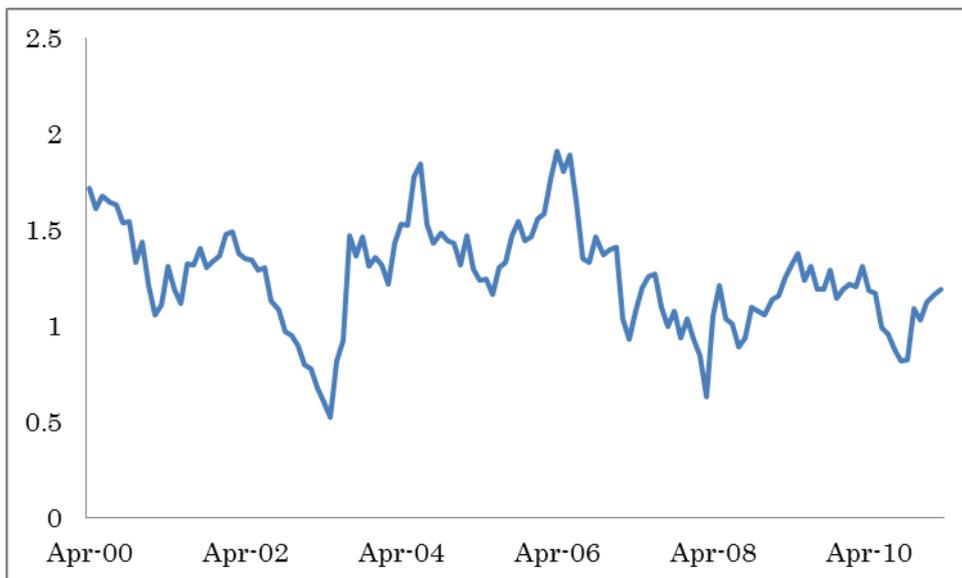


図 5.6 : 長短金利スプレッド (10 年物国債利回りーコールレート無条件 O/N 物) (%)

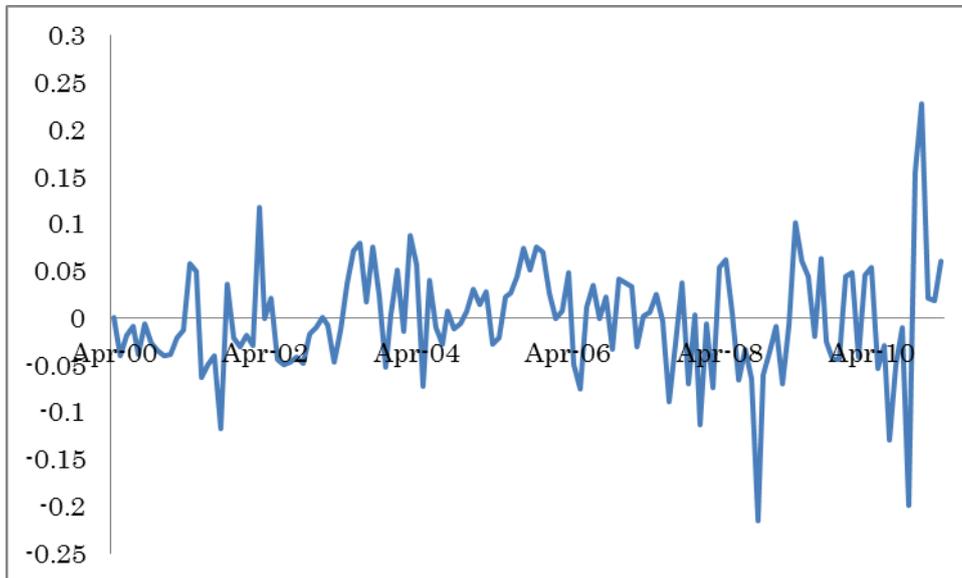


図 5.7 : TOPIX リターン

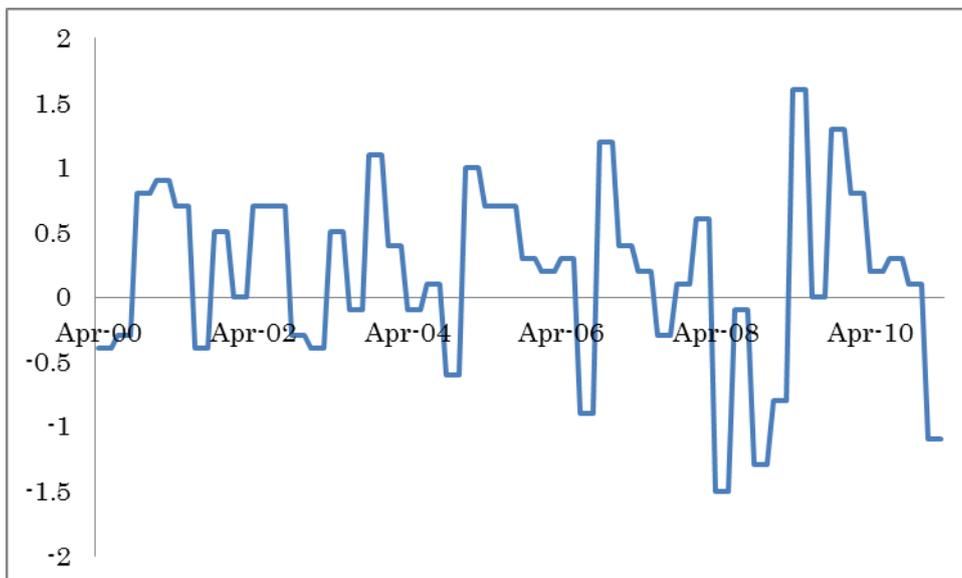


図 5.8 : 民間最終消費支出（実質）成長率（%）

5. 2 リスクファクターの推定結果

第3章のモデルⅠで、企業固有のリスクファクター（財務指標）およびマクロ経済ファクターに関するパラメーターを推定した結果を表5.2に示す。推定に当たっては、P値が5%より大きい項目を候補から外し、全ての項目のP値が5%よりも小さくなるまで除外・投入を繰り返し行った結果、完全失業率を除いてP値は5%より小さくなり（完全失業率は6%）、選択された過半のリスクファクターに対して0となった。すなわち、完全失業率以外の変数に対して5%の有意水準（完全失業率については、10%）で、係数がゼロという帰無仮説を棄却することができた。

モデルⅠで選択された項目は、財務指標では、自己資本対数変換、EBITDA対数変換、当座比率、および流動比率の4指標であり、EBITDA対数変換以外は、全て安全性指標である。また、マクロ経済ファクターでは、CPI総合（除く生鮮食品）変化率（前年同月比%）、完全失業率（季節調整済、前年同月比%）、コールレート無条件O/N物（月末）直近値、10年物国債利回り（月末）直近値の5指標であり、完全失業率を始め、ストレスシナリオで代表的な指標が選択された。

業種ファクター間の相関係数に関しては、5%有意水準で全ての係数が有意となった。建設業ファクターと不動産業ファクター間、および卸売業ファクターと不動産業ファクター間の相関係数は負となったが、建設業ファクターと卸売業ファクター間の相関係数は正となった。ただし、何れの相関係数も、絶対水準で1%よりも小さい結果となっている。

今度は、モデルⅡのパラメーターとして、企業固有のリスクファクター（財務指標）を推定した結果を表5.3に示す。推定の結果、EBITADAを除いてP値は全ての項目で0となった。業種ファクター間の相関係数に関しては、5%有意水準で全ての係数が有意となった。今度はモデルⅠとは逆の符号となり、ペア間の相関は-4.613%、-6.411%、および-6.090%と、いずれのペアもモデルⅠと比べて1桁ほど大きいものであり、マクロ経済ファクターを考慮しないモデルでは、業種リスクファクター間の相関が大きくなった。

ここで、モデルⅡに対するモデルⅠの有意性の検定として尤度比検定⁸⁾を実施したところ、尤度比検定統計量（自由度4）は55.53、P値は0.0000という結果になり、5%あるいは1%有意水準で、モデルⅠのモデルⅡに対する有意性が言える。

⁸⁾ 例えば、丹後・山岡・高木（2002），pp. 193-195が参考になる。

表 5.2 : モデル I に対するリスクファクター推定値

変数	推定値	標準誤差	z	P>z (#)	95%信頼区間 [下限, 上限]	
$\beta_{0,1}$ 建設業切片	-2.3346	0.47311	-4.93	0.000	-3.2619	-1.4073
$\beta_{0,2}$ 卸売業切片	-2.7211	0.48677	-5.59	0.000	-3.6752	-1.7671
$\beta_{0,3}$ 不動産業切片	-2.5338	0.4655	-5.44	0.000	-3.4461	-1.6214
β_1 自己資本対数変換	-0.0745	0.01472	-5.06	0.000	-0.1033	-0.0456
β_2 EBITDA 対数変換	-0.0241	0.00964	-2.50	0.013	-0.0430	-0.0052
β_3 当座比率	-0.0113	0.00229	-4.92	0.000	-0.0158	-0.0068
β_4 流動比率	0.00081	0.00022	3.64	0.000	0.00037	0.00125
γ_1 CPI 総合	-0.3815	0.12089	-3.16	0.002	-0.6185	-0.1446
γ_2 完全失業率	-0.0168	0.00892	-1.88	0.060	-0.0343	0.00071
γ_3 コール無条件 O/N 物	1.32602	0.2565	5.17	0.000	0.82328	1.82876
γ_4 10 年物国債利回り	0.71822	0.32338	2.22	0.026	0.0844	1.35204
ψ_1 建設業ファクター	8.278E-19*	(参考) 対数尤度 = -214.07763				
ψ_2 卸売業ファクター	8.004E-17*					
ψ_3 不動産業ファクター	3.520E-19*					
$\omega_{1,2}$ 建設業×卸売業	0.000214*					
$\omega_{1,3}$ 建設業×不動産業	-0.007674*					
$\omega_{2,3}$ 卸売業×不動産業	-0.007911*					

(#)P 値を指す。*: 有意水準 5% で有意。

表 5.3 : モデル II に対するリスクファクター推定値

変数	推定値	標準誤差	z	P>z (#)	95%信頼区間 [下限, 上限]	
$\beta_{0,1}$ 建設業切片	-0.9794	0.17189	-5.70	0.000	-1.3163	-0.6425
$\beta_{0,2}$ 卸売業切片	-1.3708	0.19591	-7.00	0.000	-1.7547	-0.9868
$\beta_{0,3}$ 不動産業切片	-1.1610	0.13806	-8.41	0.000	-1.4316	-0.8904
β_1 自己資本対数変換	-0.0526	0.01366	-3.85	0.000	-0.0794	-0.0258
β_2 EBITDA 対数変換	-0.0256	0.0087	-2.95	0.003	-0.0427	-0.0086
β_3 当座比率	-0.0120	0.00224	-5.38	0.000	-0.0164	-0.0077
β_4 流動比率	0.00087	0.0002	4.34	0.000	0.00047	0.00126
ψ_1 建設業ファクター	1.137E-18*	(参考) 対数尤度 = -241.84366				
ψ_2 卸売業ファクター	5.861E-17*					
ψ_3 不動産業ファクター	5.360E-19*					
$\omega_{1,2}$ 建設業×卸売業	-0.04613*					
$\omega_{1,3}$ 建設業×不動産業	0.06411*					
$\omega_{2,3}$ 卸売業×不動産業	0.06090*					

(#)P 値を指す。*: 有意水準 5% で有意。

5. 3 格付分布

モデルⅠとモデルⅡに対して、2001年から2011年までの業種別延べ企業数の格付分布を求めたものが、それぞれ図5.9、図5.10である。両図を比較すると、建設業および卸売業については、大きな分布の変化は見られないが、不動産業については、モデルⅡからモデルⅠに3格および2格のウェイトが1格に合計して20%程度シフトしているため、マクロ経済ファクターを含む方が、全体的に格付分布が良い方向にシフトしている。

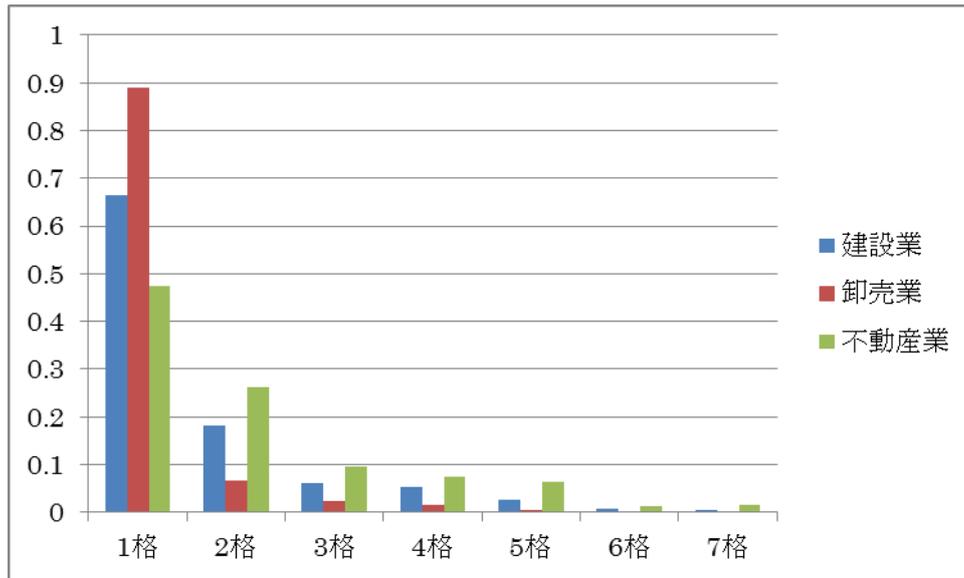


図 5.9：業種別格付分布
(モデルⅠ：マクロ経済ファクターを含む)

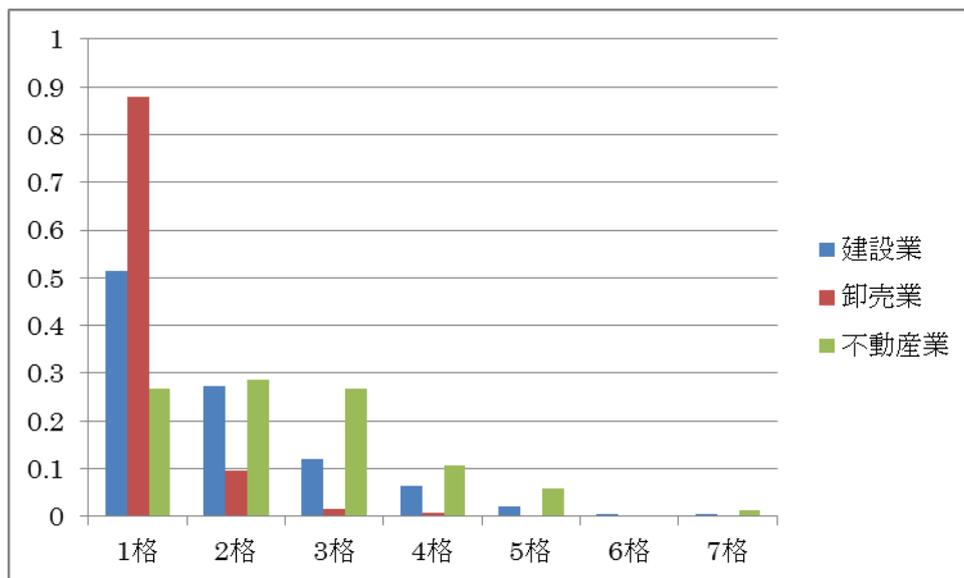


図 5.10：業種別格付分布
(モデルⅡ：マクロ経済ファクターを含まない)

今度は、継続企業群とデフォルト企業群のそれぞれについて格付分布を比較すると（図 5.11 および図 5.12 参照）、継続企業群については、モデルⅠの方がモデルⅡよりも高位格付に企業が多く分布する。これに対して、デフォルト企業群については、モデルⅠの方がモデルⅡよりも低位格付に企業が多く分布し、マクロ経済ファクターを含むモデルⅠの方が、継続企業群とデフォルト企業群を、より明確に峻別している。

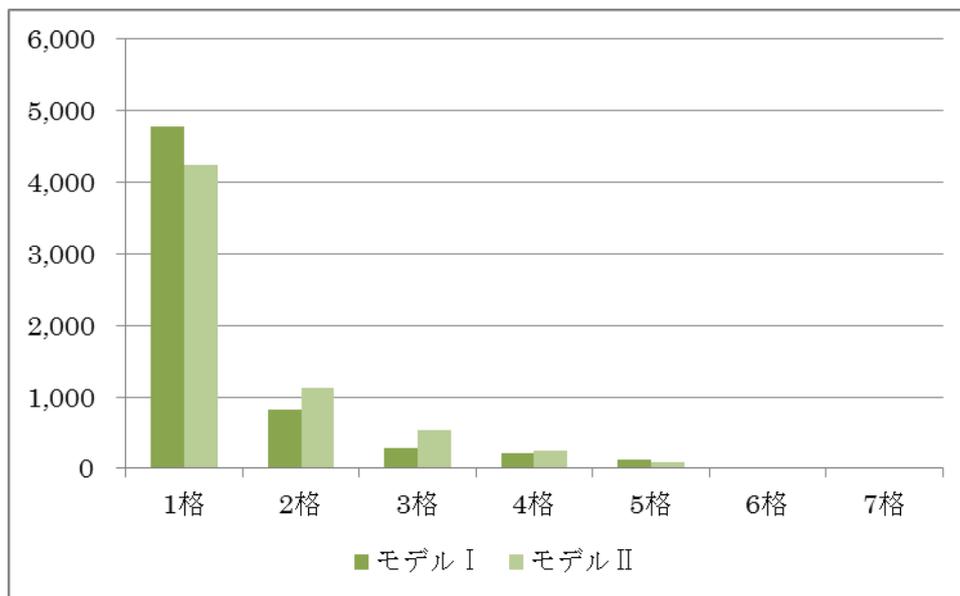


図 5.11：継続企業群の格付分布の比較

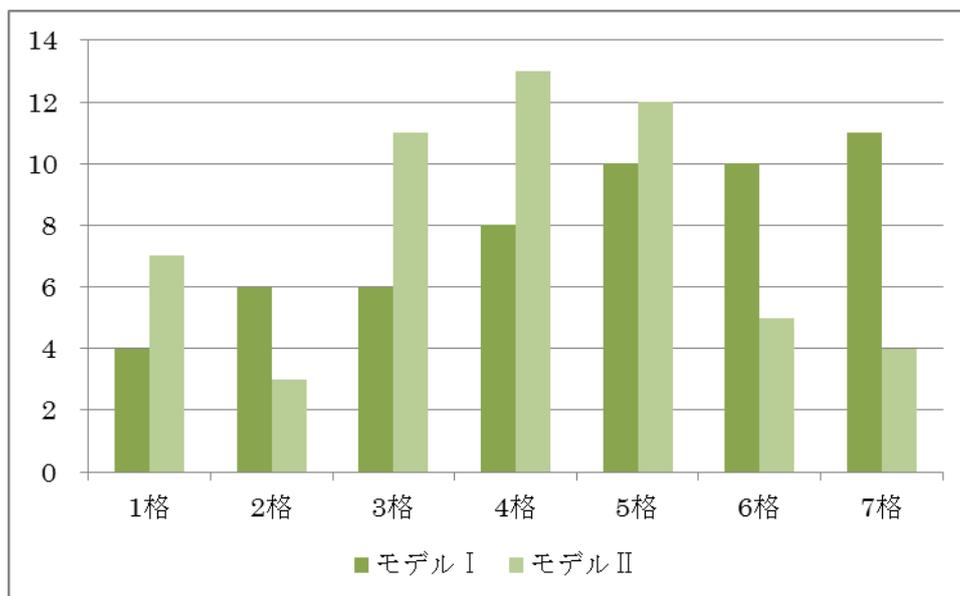


図 5.12：デフォルト企業群の格付分布の比較

5. 4 AR 値

モデルⅠとモデルⅡの信用格付モデルとしての予測精度について検討する。ある企業のデフォルト確率を $p(\%)$ とすると、信用スコア CS は次式で定義される。

$$CS = 100(1 - p) \quad (\text{点}) \quad (5.1)$$

ここで、信用スコア CS は、デフォルト確率が高いほど低くなり、100 点満点である。

今度は、この信用スコアに応じて格付を設定する。信用スコアの閾値の設定は、信用格付モデルの重要なポイントであるが、ここでは、最適な閾値の設定が目的ではなく、モデルⅠとモデルⅡの AR 値を相対比較すること目的であるため、便宜上、表 5.4 の信用スコアの範囲に設定する⁹⁾。なお、1 格から 4 格の範囲が、それ以降の範囲と比べて極めて狭く、低格付ほど範囲が広がるのは、大半の企業が非デフォルト企業であることによる。

表 5.4 : 信用格付と信用スコアの対応関係

信用格付	信用スコアの範囲
1 格	99.5 点以上 100 点以下
2 格	98.5 点以上 99.5 点未満
3 格	97 点以上 98.5 点未満
4 格	94 点以上 97 点未満
5 格	85 点以上 94 点未満
6 格	76 点以上 85 点未満
7 格	0 点以上 76 点未満

この信用格付に基づいてモデルⅠの格付別の全企業数とデフォルト数を計算すると、表 5.5 のようになる。

表 5.5 : 信用格付別の企業数とデフォルト企業数

信用格付	格付別の全企業数	デフォルト企業数	デフォルト率
1 格	4,783	4	0.08%
2 格	836	6	0.72%
3 格	291	6	2.06%
4 格	223	8	3.59%
5 格	129	10	7.75%
6 格	32	10	31.25%
7 格	28	11	39.29%
合計	6,322	55	

⁹⁾ この他に幾つか信用スコアの閾値の設定を試みたが、最終的に計算される AR 値のモデルⅠとモデルⅡの大小関係が逆転することはなかったため、表 5.4 の設定とした。

表 5.5 の計数に基づいて AR 値を計算する。ここで、AR 値とはデフォルトの予測力を表す指標であり、次式で定義される。

$$AR = \frac{A_R}{A_P} \quad (5.2)$$

ここで、 A_R は CAP (Cumulative Accuracy Ratio) 曲線と全く予測力のない「ランダムなモデル」の CAP 曲線で囲まれる面積を表す。CAP 曲線とは、図の横軸に信用格付の低い方から x 件の分析対象ポートフォリオに含まれる全企業数 N に占める割合 x/N をとり、縦軸に信用格付の低い方から数えて x 件のうちデフォルトした企業数 N_x の全デフォルト企業数 N_D に占める割合 N_x / N_D をプロットした曲線である。

また、 A_P は、

$$A_P = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{N_D}{N} \right) \quad (5.3)$$

で表される¹⁰⁾。

さて、式(5.2)、(5.3)により、表 5.2 の計数に基づいてモデル別の AR 値を計算すると、表 5.3 が得られる。また、図 5.4 と図 5.5 はモデル別の CAP 曲線を描いたものであるが、図中の線について、曲線は各モデルの CAP 曲線、直線はランダムなモデルの CAP 直線を表す。

表 5.6：モデル別 AR 値

	モデル I	モデル II
AR 値	83.4%	74.3%

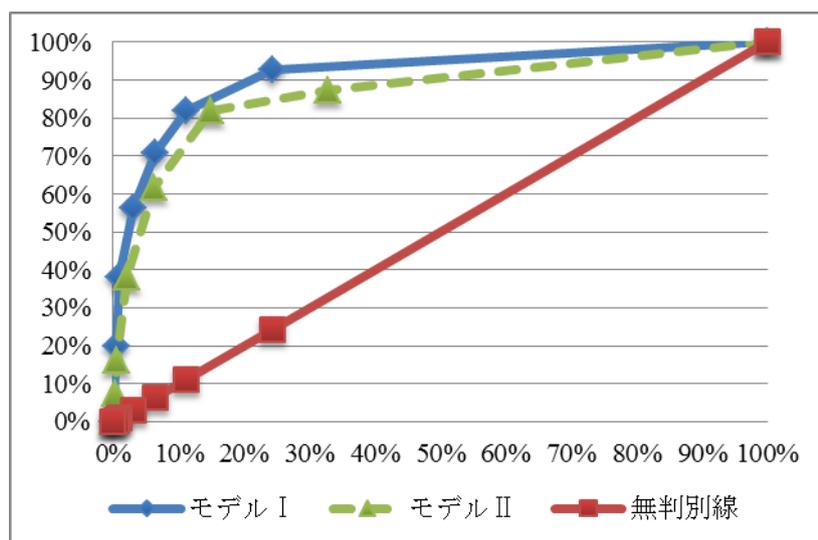


図 5.13：CAP 曲線

(モデル I：マクロ経済ファクターを含む。モデル II：マクロ経済ファクターを含まない。)

¹⁰⁾ AR 値の導出手続については、菅野 (2011), pp.157-160 に詳述されている。

表 5.6 を見ると、マクロ経済ファクターを含むモデル I の方が、マクロ経済ファクターを含まないモデル II よりも 9%程度 AR 値が高く、デフォルト判別力が高いといえる。図 5.13 の 2 本の CAP 曲線を比べると、デフォルト判別力が高いモデル I ほど (AR 値が大きいモデルほど)、CAP 曲線が早い段階で立ち上がっている (y 軸および「y 軸の値が 100% の x 軸に平行な直線」からなる折れ線に接近している) のがわかる。

5. 5 デフォルト確率の予測

ストレスシナリオの設定期間は、一般に現時点から 3 年程度の期間であるため、現時点から 1 年後、2 年後、3 年後といったリスクホライズンに対する信用損失予測が必要となる。これに対して、金融機関が保有する内部信用ポートフォリオリスク計量モデルで考慮されるリスクホライズンは一般に 1 年であり、もし、金融機関が使用する内部リスク計量モデルが多期間への拡張性を有する場合は、そのモデルによって各リスクホライズンに対する信用損失予測を行うことができる。ただし、内部リスク計量モデルのリスクパラメーターとしてのデフォルト率は、現時点までの実績値のみで済むとは限らず、将来期間のデフォルト確率の予測値が必要となる場合がある。

そこで、現時点までのヒストリカルデータの保有期間 T に対応する企業 i 固有のリスクファクター・ベクトル、マクロ経済ファクター・ベクトル、および業種リスクファクター・ベクトルの各係数の推定値を表すベクトルをそれぞれ、 $\hat{\beta}$ 、 $\hat{\gamma}$ 、および $\hat{\psi}_i$ とする。このとき、期間 T に対応する企業 i 固有のリスクファクター・ベクトルの実績値 $\mathbf{x}_{i,T}$ 、マクロ経済ファクター・ベクトルの実績値 \mathbf{z}_T 、および期間 $T+1$ に対応する業種リスクファクター・ベクトルの実績値 \mathbf{f}_{T+1} を所与として、期間 $T+1$ に対応する条件付デフォルト確率は、次式で与えられる。

$$\hat{p}_{i,T+1}(\mathbf{x}_{i,T}, \mathbf{z}_T, \mathbf{f}_{T+1}) = \Phi\left(-\left(\beta_0 + \hat{\beta}'\mathbf{x}_{i,T} + \hat{\gamma}'\mathbf{z}_T + \hat{\psi}_i'\mathbf{f}_{T+1}\right)\right) \quad (5.4)$$

次に、期間 $T+h$, $h=2,3,\dots$ に対応する企業 i 固有のリスクファクター・ベクトルの予測値を $\hat{\mathbf{x}}_{i,T+h}$ 、マクロ経済ファクター・ベクトルの予測値を $\hat{\mathbf{z}}_{T+h}$ とする。ここで、 $\hat{\mathbf{z}}_{T+h}$ はストレスシナリオとして与えられる。 $\hat{\mathbf{x}}_{i,T+h}$ は金融機関内部の適切な方法で推定する必要があるが、簡易的には、ストレスシナリオの設定期間 $h=1,2,3,\dots$ において、一定と仮定することも考えられる。 $\hat{\mathbf{f}}_{T+h}$ には業種変数として標準正規分布に従う乱数を入れる。また、各リスクファクター・ベクトルの係数の推定値を表すベクトル $\hat{\beta}$ 、 $\hat{\gamma}$ 、および $\hat{\psi}_i$ は期間 $T+h$ で不変と仮定する。

このとき、期間 $T+h$ に対応する条件付デフォルト確率は、次式で与えられる。

$$\hat{p}_{i,T+h}(\hat{\mathbf{x}}_{i,T+h}, \hat{\mathbf{z}}_{T+h}, \hat{\mathbf{f}}_{T+h}) = \Phi\left(-\left(\beta_0 + \hat{\beta}'\hat{\mathbf{x}}_{i,T+h} + \hat{\gamma}'\hat{\mathbf{z}}_{T+h} + \hat{\psi}_i'\hat{\mathbf{f}}_{T+h}\right)\right) \quad (5.5)$$

上記の式(5.4)および(5.5)に従って、ストレスシナリオの設定期間 $h=1,2,3,\dots$ に対応したデフォルト確率の予測を行う。

次に計算例を示す。2002年3月期から2012年3月期までの、ある企業の財務指標データと、その間のマクロ経済変数データを所与として、2013年3月期から2015年3月期までの3期間をストレスシナリオの設定期間として、当該企業のデフォルト確率の予測を行う。設定期間における財務指標は、2012年3月期のデータと同一とし、4つのマクロ経済変数のシナリオを表5.7の通り設定する（図5.14参照）。

表 5.7：マクロ経済変数のストレスシナリオ

マクロ経済変数	CPI 総合 変化率 (%)	完全失業率 変化率 (%)	コールレート (%)	10年物国債 利回り (%)
3 期間のストレス シナリオ	每期、前年度よ り 10%減少	每期、前年度よ り 10%増加	每期、前年度よ り 0.1%増加	每期、前年度よ り 0.3%増加

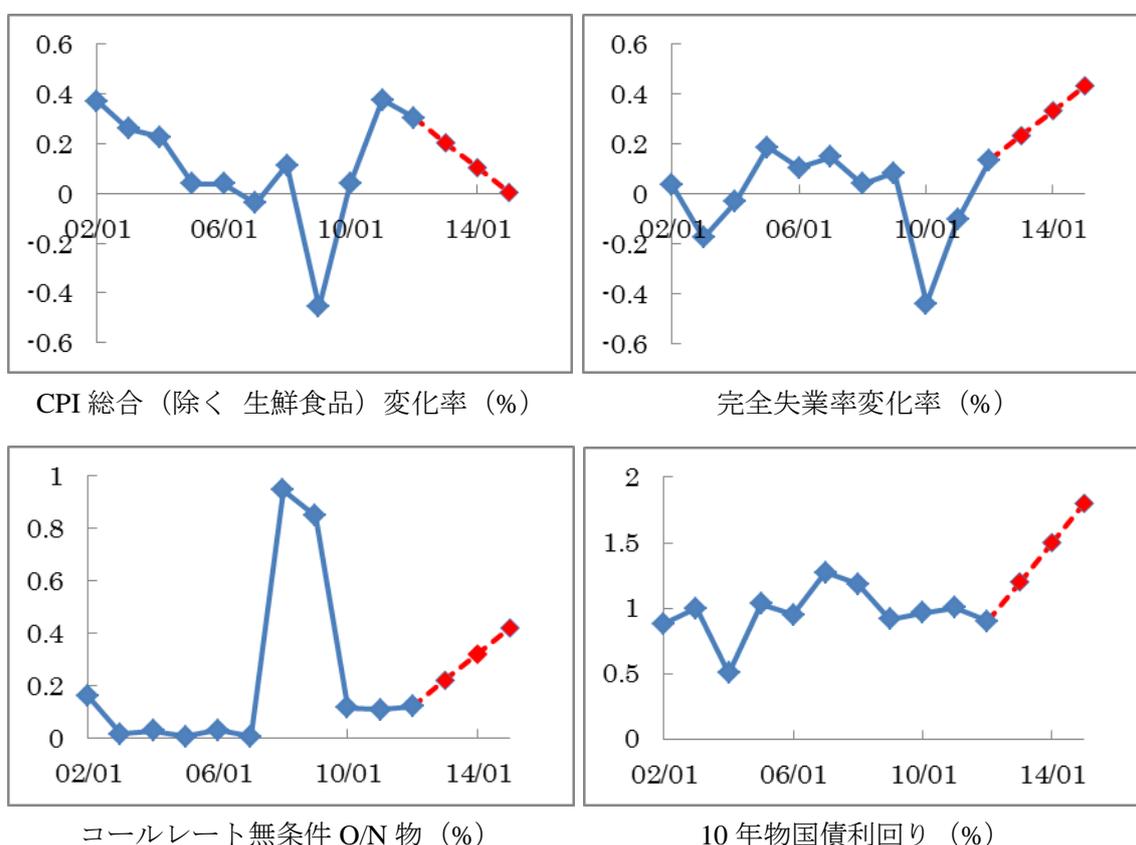


図 5.14：マクロ経済変数のストレスシナリオ

(実線はヒストリカルデータ、点線はストレスシナリオを表す。)

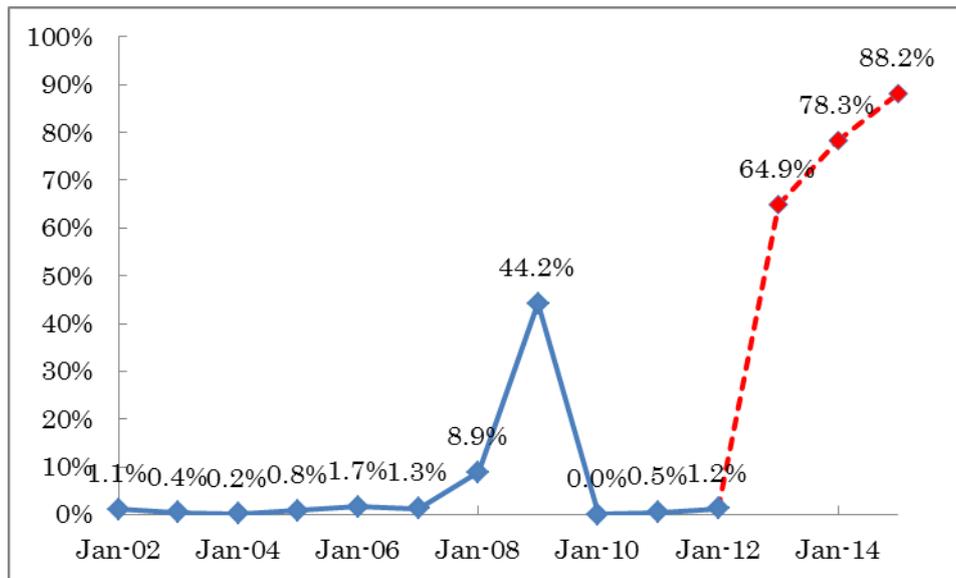


図 5.15：デフォルト確率の推移

(実線はヒストリカルデータ、点線はストレスシナリオに基づく。)

このとき、3 期間の予測デフォルト確率は、図 5.15 のようになる。図 5.15 を見ると¹¹⁾、マクロストレスシナリオ設定期間において、4 つのマクロ経済変数への大きなストレス賦課により、デフォルト確率は、直前の 1.2%から、64.9%→78.3%→88.2%と大幅に増嵩することがわかる。

6. 結論

本研究では、ボトムアップ型のマクロストレステストを実施する場合、リスクファクターであるマクロ経済変数とリスクパラメーターとの関係を定式化した信用リスクパラメーター推定モデルを保有していないとき、あるいは、通常のリスク管理業務で使用する信用リスクモデルにリスクファクターをリスクパラメーターに変換する機能が具備されていない時に必要となる、マクロ経済変数を信用リスクモデルに統合するアプローチのベンチマークを、わが国上場企業のデータセットを利用して提示した。

アメリカの CCAR では、当局 (FRB) より提示されるシナリオデータとして、将来の予測期間のみでなく、ヒストリカルな期間を含むマクロ経済変数の時系列データ・パネルデータが提示されているが、今後、わが国当局によるストレステストの実施を考慮した場合、テスト参加金融機関は提示された一部のデータだけを使用するのではなく、本研究で行ったような時系列データ・パネルデータ全ての情報を使用するような推定方法を採用する機会が予想される。

¹¹⁾ 2009 年 3 月期にデフォルト確率が 44.2%と急上昇しているのは、いうまでもなく、グローバル金融危機の影響である。

推定上の視点では、本研究では、企業固有のリスクファクターを信用スコアではなく、個々の財務指標を使用した。金融機関においては、内部信用スコアリングモデルで算出した信用スコアを使用することで、パラメーター推定（最尤推定）上の計算負荷は幾分軽減されると考えられる。また、提示したモデルのデフォルト予測力の視点では、AR 値により、マクロ経済ファクターを考慮したモデルの方がモデル構築時（インサンプル）のデフォルト予測力が向上することが実証された。

最後に、本研究では主要な国内マクロ経済データを使用し、統計学上有意なリスクファクターを選択したが、選択されたリスクファクター集合に当局から提示されたパラメーターが全て含まれていない場合、自社の内部モデルで有意でないパラメーターであっても、モデルに設定せざるを得ない可能性が出てくるので、テスト実施に際しては、当局とテスト参加金融機関との十分なコミュニケーションが必要であることは言うまでもない。

投稿日：2013年8月11日

採択日：2014年2月19日

7. 補論

7. 1 (3.1)式と(3.5)式の定式化の考え方について

信用リスクの構造モデルアプローチ¹²⁾では、資産価値がデフォルト閾値を下回った場合にデフォルトが発生すると考える。マートンタイプのモデルでは、デフォルトモード方式を採用した場合、期間 t の期末時点における資産価値を表す確率変数 V_t （以下、簡単化のため、企業を表す添え字 i を省略）がデフォルト閾値（負債額面）を表す定数 V_B 以下になる確率をデフォルト確率と考える。すなわち、 V_t の確率分布において、 $V_t < V_B$ となる確率を計算すれば良い。

資産価値 V_t の従う確率過程は、

$$\frac{dV_t}{V_t} = \mu dt + \sigma dW_t, V_0 > 0 \quad (7.1)$$

である。ここで、 μ はドリフト、 σ はボラティリティ、 W は標準ブラウン運動、および V_0 は期間 t の期初における資産価値である。

したがって、(7.1)式に伊藤のレンマを適用すると、次式のように書き直すことができる。

$$V_t = V_0 \exp\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma W_t\right) \quad (7.2)$$

ここで、資産価値のリターンを Y_t とすると、

$$Y_t := \ln \frac{V_t}{V_0} = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma W_t \quad (7.3)$$

¹²⁾ 菅野 (2011), pp.93-102 に詳述されている。

となるので、 $Y_B := \ln(V_B / V_0)$ とおくと、 $V_t < V_B$ というデフォルト条件は、 $Y_t < Y_B$ という条件と同値となる。更に、

$$R_t := Y_t - Y_B = -Y_B + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma W_t \quad (7.4)$$

とおくと、資産価値リターン R_t は、正規分布 $N(-Y_B + (\mu - \sigma^2 / 2)t, \sigma^2 t)$ に従う。このとき、 $V_t < V_B$ というデフォルト条件は、(3.5)式の $R_{t,t} < 0$ という条件と同値であることがわかる。

また、(3.1)式は、(7.4)式で表される正規分布に従う資産価値リターン $R_{t,t}$ ((3.1)式の左辺) を、正規分布に従う項 ($\psi_t' \mathbf{f}_t + \varepsilon_{t,t}$) と定数項 ($\beta_0 + \beta' \mathbf{x}_{t-1} + \gamma' \mathbf{z}_{t-1}$) の和 ((3.1)式の右辺) として定式化することに対応する。

7. 2 適応ガウス求積法について

適応ガウス求積法については、Pinheiro and Bates (1995)、Rabe-Hesketh and Skrondal (2006)、あるいは Rabe-Hesketh, Skrondal and Pickles (2002) など、多くの文献が存在するが、以下では、(3.9)式の多重積分への適用について解説する。

本稿で提案するデフォルトリスク・モデルは一般化線形混合モデルに含まれ、このタイプのモデルは、線形予測子(linear predictor)に固定効果とランダム効果の両方を含み、グループ化もしくはクラスタ化されたデータであっても、あるクラスタ内の観測値が互いに独立と仮定することができない場合に使用される。最も単純な一般化線形混合モデルでは、クラスタ・データの依存構造は、線形予測子にランダム切片を導入してモデル化することができる。

本稿では、業種がクラスタに相当し、ランダム切片は同一業種内の全企業が共有する。個々の企業 i をレベル 1、業種クラスタ j をレベル 2、また、分析対象の企業全体をレベル 3 とすると、ランダム切片を条件として、本稿のデフォルトリスク・モデルは、線形予測子を持つ一般化線形モデルとして、次式で一般化される (以下、標記を簡略化するため、必ずしも本文の記号と一致しないので留意されたい)。

$$\eta_{ij} = \beta' \mathbf{x}_{ij} + u_j^{(2)} \quad (7.5)$$

ここで、 $\mathbf{x}_{ij} = (x_{i,j,1} \cdots x_{i,j,n})'$ は業種クラスタ (レベル 2) j に属する企業 i の説明変数で固定係数 $\beta = (\beta_1 \cdots \beta_n)'$ を持つ。 $u_j^{(2)}$ は業種クラスタ (レベル 2) j のランダム切片で、平均 0、共分散行列 Σ_2 の正規分布に従うと仮定する。

ガウス求積法

適応ガウス求積法を議論する前に、そのベースとなるガウス求積法について説明しておく。ガウス求積法は、数値積分によって周辺尤度を近似する方法である。まず、固定係数ベクトル β および共分散行列 Σ_2 の重複しない要素を含むモデル・パラメータ全体のベクトルを θ と置く。更に、 l をレベルの変数、 $\mathbf{y}^{(l)}$ ($l=1,2$) を反応変数ベクトル、 $\mathbf{X}^{(l)}$ ($l=1,2$)

を特定のレベル l における全企業に対する説明変数を表す行列、そして $\mathbf{U}^{(l)} = (\mathbf{u}^{(l)1}, \dots, \mathbf{u}^{(l)3})'$ ($l=2,3$) とする。レベル 2 のランダム効果を所与としたレベル 1 の条件付尤度の寄与を $f^{(1)}(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{y}^{(1)}, \mathbf{X}^{(1)} | \mathbf{U}^{(2)})$ と置くと、これは正規確率となる。そして、レベル 3 のランダム効果を所与としたレベル 2 の条件付尤度の寄与は、次式で与えられる。

$$f^{(2)}(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{y}^{(2)}, \mathbf{X}^{(2)} | \mathbf{U}^{(3)}) = \int g^{(2)}(\mathbf{u}^{(2)}) \prod f^{(1)}(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{y}^{(1)}, \mathbf{X}^{(1)} | \mathbf{U}^{(2)}) d\mathbf{u}^{(2)}$$

ここで、 $g^{(2)}(\mathbf{u}^{(2)})$ は平均 $\mathbf{0}$ ベクトル、共分散行列 $\boldsymbol{\Sigma}_2$ を持つ多変量正規密度関数で、また、積は業種クラスタ (レベル 2) j 内の全企業 (レベル 1 の全要素) i に対して行われる。今度は、分析対象企業全体 (レベル 3) の条件付尤度の寄与は、各業種クラスタ (レベル 2) の条件付き尤度の寄与から同様に得ることができる。

$$f^{(3)}(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{y}^{(3)}, \mathbf{X}^{(3)}) = \int g^{(3)}(\mathbf{u}^{(3)}) \prod f^{(2)}(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{y}^{(2)}, \mathbf{X}^{(2)} | \mathbf{U}^{(3)}) d\mathbf{u}^{(3)}$$

このとき、全尤度は、

$$\begin{aligned} f(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{y}, \mathbf{X}) &= \prod f^{(3)}(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{y}^{(3)}, \mathbf{X}^{(3)}) \\ &= \prod \left[\int g^{(3)}(\mathbf{u}^{(3)}) \prod f^{(2)}(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{y}^{(2)}, \mathbf{X}^{(2)} | \mathbf{U}^{(3)}) d\mathbf{u}^{(3)} \right] \\ &= \prod \left[\int g^{(3)}(\mathbf{u}^{(3)}) \prod \left\{ \int g^{(2)}(\mathbf{u}^{(2)}) \prod f^{(1)}(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{y}^{(1)}, \mathbf{X}^{(1)} | \mathbf{U}^{(2)}) d\mathbf{u}^{(2)} \right\} d\mathbf{u}^{(3)} \right] \end{aligned} \quad (7.6)$$

となる。ここで、 \mathbf{y} と \mathbf{X} は、全企業に対する反応変数ベクトルとデザインベクトルを指す。また、右辺の最初の積は、レベル 3 (企業全体) に対して行われる。

パラメーター $\boldsymbol{\theta}$ の値を所与として、レベル 2 (業種クラスタ) の M_2 個のランダム効果変数 $\mathbf{u}^{(2)}$ に対する多重積分は、 $\mathbf{v}^{(2)} = \mathbf{C}_2 \mathbf{u}^{(2)}$ となるような M_2 個の独立な標準正規分布に従う確率効果 $\mathbf{v}^{(2)}$ によって評価することができる。ここで、 \mathbf{C}_2 は共分散行列 $\boldsymbol{\Sigma}_2$ のコレスキー分解で、 $\boldsymbol{\Sigma}_2 = \mathbf{C}_2' \mathbf{C}_2$ を満たす。また、 $\mathbf{V}^{(l)} = (\mathbf{v}^{(l)1}, \dots, \mathbf{v}^{(l)3})'$ ($l=2,3$) と置く。

したがって、(7.6)式の右辺の積分は、次式の直積で近似することができる ($l=2,3$)。

$$\begin{aligned} & \int g^{(l)}(\mathbf{u}^{(l)}) \prod f^{(l-1)}(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{y}^{(l-1)}, \mathbf{X}^{(l-1)} | \mathbf{U}^{(l)}) d\mathbf{u}^{(l)} \\ &= \int \phi(\mathbf{v}_{M_2}^{(l)}) \cdots \int \phi(\mathbf{v}_1^{(l)}) \prod f^{(l-1)}(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{y}^{(l-1)}, \mathbf{X}^{(l-1)} | \mathbf{V}^{(l)}) d\mathbf{v}_1^{(l)} \cdots d\mathbf{v}_{M_2}^{(l)} \\ &\approx \sum_{r_{M_2}=1}^R p_{r_{M_2}} \cdots \sum_{r_1=1}^R p_{r_1} \prod f^{(l-1)}(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{y}^{(l-1)}, \mathbf{X}^{(l-1)} | a_{r_1}, \dots, a_{r_{M_2}}, \mathbf{V}^{(l)}) \end{aligned} \quad (7.7)$$

ここで、 $\phi(\square)$ は標準正規確率密度関数、 p_r と a_r は、 r 番目の矩形(quadrature)の重みと R -点ガウス・エルミート求積法における矩形の位置である。

今度は、(7.5)式のランダム切片モデルに対して、レベル 2 のある業種クラスタ j の尤度寄与に対する求積近似を次式の通り考える。

$$f^{(2)}(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{y}_j^{(2)}, \mathbf{X}^{(2)}) = \int \phi(\mathbf{v}_j^{(2)}) \prod_i f^{(1)}(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{y}_{ij}^{(1)}, \mathbf{X}_{ij}^{(1)} | \mathbf{v}_j^{(2)}) d\mathbf{v}_j^{(2)} \quad (7.8)$$

$$\approx \sum_{r=1}^R p_r \prod_i f^{(1)}(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{y}_{ij}^{(1)}, \mathbf{X}_{ij}^{(1)} | a_r)$$

となる。この近似は、 $\prod_i f^{(1)}(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{y}_{ij}^{(1)}, \mathbf{X}_{ij}^{(1)} | \mathbf{v}_j^{(2)})$ が、 $\mathbf{v}_j^{(2)}$ に関する $(2R-1)$ 次の多項式の場合、正確である。しかしながら、この積は鋭いピークを持ち、低次の多項式では近似精度が悪いといわれる。ピークが隣接する矩形の位置の間に来るため、尤度の寄与が相当程度失われる。レベル2（業種クラスタ）内に多数のレベル1（企業）が存在し、個々の確率密度が似たような位置でピークを持つ場合、この積は鋭いピークを持つ傾向がある。本稿で使用する3業種の企業データ（表4.1参照）は、まさにこの傾向が表れる。

適応ガウス求積法

(7.8)式の右辺1行目の被積分関数が、 $\mathbf{v}_j^{(2)}$ の事後確率密度と、 $\mathbf{v}_j^{(2)}$ を所与とした反応変数の同時確率密度であることに注意する。この被積分関数を $\mathbf{v}_j^{(2)}$ に関して正規化すると、観測される反応変数を所与とする $\mathbf{v}_j^{(2)}$ の事後密度関数に過ぎないことがわかる。業種クラスタ j のサイズが大きくなると、この事後密度関数は、近似的に正規密度関数に従うことがわかっている。 $\boldsymbol{\mu}_j$ と $\boldsymbol{\tau}_j^2$ を、それぞれ事後密度関数の平均と分散と置く。このとき、被積分関数は、近似的に平均 $\boldsymbol{\mu}_j$ 、分散 $\boldsymbol{\tau}_j^2$ の正規密度関数 $\phi(\mathbf{v}_j^{(2)}; \boldsymbol{\mu}_j, \boldsymbol{\tau}_j^2)$ に比例する。

そこで、被積分関数を書き直すと、

$$f^{(2)}(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{y}_j^{(2)}, \mathbf{X}^{(2)}) = \int \phi(\mathbf{v}_j^{(2)}; \boldsymbol{\mu}_j, \boldsymbol{\tau}_j^2) \left(\frac{\phi(\mathbf{v}_j^{(2)}) \prod_i f^{(1)}(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{y}_{ij}^{(1)}, \mathbf{X}_{ij}^{(1)} | \mathbf{v}_j^{(2)})}{\phi(\mathbf{v}_j^{(2)}; \boldsymbol{\mu}_j, \boldsymbol{\tau}_j^2)} \right) d\mathbf{v}_j^{(2)} \quad (7.9)$$

となるので、積分変数を $\mathbf{v}_j^{(2)}$ から $\boldsymbol{\zeta}_j = (\mathbf{v}_j^{(2)} - \boldsymbol{\mu}_j) / \boldsymbol{\tau}_j$ に変換し、標準的な求積ルールを適用すると、次式が得られる。

$$f_j^{(2)}(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{y}_j^{(2)}, \mathbf{X}_j^{(2)}) \approx \sum_{r=1}^R \pi_{jr} \prod_{i=1}^{n_j} f_{ij}^{(1)}(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{y}_{ij}^{(1)}, \mathbf{X}_{ij}^{(1)} | a_{jr}) \quad (7.10)$$

$$\text{ここで、 } a_{jr} = \boldsymbol{\mu}_j + \boldsymbol{\tau}_j a_r, \quad \pi_{jr} = \sqrt{2\pi} \boldsymbol{\tau}_j \exp\left(-\frac{a_r^2}{2}\right) \phi(\boldsymbol{\mu}_j + \boldsymbol{\tau}_j a_r) p_r$$

この(7.10)式を使い、適応ガウス求積法に基づき、近似計算を行うことができる。ガウス求積法の(7.7)式は、 $\mathbf{v}_1^{(l)}$ から $\mathbf{v}_M^{(l)}$ まで積分すると求めることができるが、適応ガウス求積法を、この一変量の積分のそれぞれに適用するためには、未だ積分していない、同レベル、およびそれより高次のレベルのランダム効果全てを条件とした各ランダム効果の事後分布の平均と標準偏差を使用しなければならない。この処理は、非常に計算負荷がかかるので、

事後相関がゼロとなるように変数変換する（例えば、Naylor and Smith (1982)を参照）と、直行化したランダム効果の周辺平均と標準偏差を使用することができる。

参考文献

- 菅野正泰 (2011) 『リスクマネジメント』 ミネルヴァ書房
- 菅野正泰 (2013) 「信用リスクのマクロストレステストの研究—ボトムアップ・アプローチを中心に—」, 『金融庁金融研究センター ディスカッションペーパー』, DP2013-7, pp.1-89
- 白田佳子 (2008) 『倒産予知モデルによる格付けの実務』 中央経済社
- 丹後俊郎・山岡和枝・高木晴良 (2002) 『ロジスティック回帰分析』 朝倉書店
- Duffie, D., A. Eckner, G. Horel and L. Saita (2009), “Frailty correlated default,” *Journal of Finance*, 64, pp.2089–2123
- Duffie, D., L. Saita and K. Wang (2007), “Multi-Period Corporate Default Prediction with Stochastic Covariates,” *Journal of Financial Economics*, 83, pp.635–665
- Greene, W. H. (2008), *Econometrics Analysis*, Pearson Education, Upper Saddle River, NJ
- Hamerle, A., D. Rösch (2006), “Parameterizing Credit Risk Models,” *The Journal of Credit Risk*, 2(4), pp.101–122
- Hamerle, A., A. Dartsch, R. Jobst, and K. Plank (2011), “Integrating Macroeconomic Risk Factors into Credit Portfolio Models,” *The Journal of Risk Model Validation*, 5(2), pp.3–24
- Kanno, M. (2012), “Default Forecasting Considering Correlation Between Business and Credit Cycles,” *Journal of Applied Finance and Banking*, 2(5), pp.275–305
- Koopman, S. J., R. Kraussl, A. Lucas and A. Monteiro (2009), “Credit Cycles and Macro Fundamentals,” *Journal of Empirical Finance*, 16, pp.42–54
- Koopman, S. J., A. Lucas and P. Klaassen (2005), “Empirical Credit Cycles and Capital Buffer Formation,” *Journal of Banking and Finance*, 29(12), pp.3159–3179
- Koopman, S. J., A. Lucas and B. Schwaab (2011), “Modeling Frailty-Correlated Defaults Using Many Macroeconomic Covariates,” *Journal of Econometrics*, 162(2), pp.312–325
- Naylor, J. C. and A. F. M. Smith (1982), “Applications of a Method for the Efficient Computation of Posterior Distributions,” *Applied Statistics*, 31(3), pp.214–225
- Pinheiro, J. C. and D. M. Bates (1995), “Approximations to the Loglikelihood Function in the Nonlinear Mixed Effects model,” *University of Wisconsin Working Paper*
- Rabe-Hesketh, S. and A. Skrondal (2006), “Multilevel Modelling of Complex Survey Data,” *Journal of the Royal Statistical Society: Series A*, 169, Part 4, pp. 805–827

Rabe-Hesketh, S., A. Skrondal and A. Pickles (2002), “Reliable Estimation of Generalized Linear Mixed Models Using Adaptive Quadrature,” *Stata Journal*, pp.1–21



「マクロストレスシナリオをリスクパラメーターに変換するための信用リスクモデル」に対するコメント

統計数理研究所 総合研究大学院大学 統計科学専攻 教授

リスク解析戦略研究センター長

山下 智志

2009年から2010年にかけての金融市場および社会信用構造の混乱の経験から、従来の平均分散アプローチやVaRによるリスク評価方法の限界が論じられるようになった。それには2つの方向性があり、一つは損失の非正規性を前提として分布のテールを正確に表現しようとする試みであり、今ひとつは人工的に作り上げたストレスシナリオによる仮想危機への対応力評価である。前者は期待ショートフォールなどの高次モーメント成分を、過去データからパラメータ推計を行う段階に取り入れた評価指標によって、リスク管理を行う枠組みが提案されている。ただ、高次モーメントを取り入れることとリスク評価の頑健性を維持することは、データが所与の前提ではトレードオフの関係にあるため、レアイベントに対するリスク管理においては必ずしも有効な解決手段ではない。後者のストレスシナリオの作成による対応力評価は、ストレステストともよばれる方法で、伝統的に行われてきたものであるが、過去の方法は属人的な判断でモデル構築がなされており、それが限界であった。近年、科学的な枠組みで恣意性を排除する試みがなされており発展途中である。

ただし、ストレステストによりリスク管理を合理的に行う場合、いくつかのハードルがある。主要なもの

- A. 恣意性が介在しないストレスシナリオは作成可能か
- B. ストレスシナリオの発生確率を客観的に算定できるか

である。ストレステストの有用性が認識されているにもかかわらず、これらの問題に対して明確な指針が示せないために、ストレステストに関する学術的な研究は少数にとどまっている。菅野論文はこの問題に対する有益な提案を行っている。すなわち、過去のデータを分析することによって求められるパラメータをもちいて、モデルからストレスシナリオを作成し、同時にその発生確率もモデルから算出できる仕組みである。これは、過去データを用いて将来の分布を推計するモデルを作成するという意味では前者の方向性であり、ストレステストによってリスク管理を行うという意味では後者の方向性をもつ、ハイブリッドな対応である。そのために作成されたモデルは以下の特徴を持つ。

1. モデルの外形は過去のデータに対してプロビットモデルと最尤推計法を適用した、デフォルト確率モデルである。
2. マクロ経済変数を共通ファクターとして利用している。
3. 業種リスクファクターを用いている。業種固有のパラメータだけでなく、業種間の相関パラメータを有している。

特に3の特徴は重要で、観測できない潜在変数である「業種リスクファクター」をモデルの説明変数としたため、尤度関数が多重積分で表現されることになる。このためパラメータの計算時間が現実的でなくなる可能性があるが、著者は独自の方法によって解決している。論文としての価値の一つは、この計算方法によって1～3の提案が可能になった、ということにある。著者の提案したモデルは、過去のデフォルトデータによりパラメータ推計され、AR値を用いて評価されている。それによるとマクロ経済変数を含めることによって予測精度が向上され、マクロ経済変数と業種別のデフォルト確率がリンクできることが確認できた。これにより、たとえば当局が経済変数に関するストレスシナリオの条件を設定した場合、銀行はそれに対応した自行のストレスパラメータ、例えば業種別のデフォルト確率を算出することが可能となる。このことは、ストレスシナリオとリスク計量化モデルが別々に運用されている現実を考えると、リスク管理業務にパラダイムシフトをもたらす可能性があるほどの有益な提案である。

一方、実証面においては上場デフォルト企業に対する分析であったため、デフォルト企業のデータ数がモデルの複雑度と比較して少ない。モデルの構造からいえば、必ずしも上場企業である必要はなく、大規模データを用いることにより分析精度を高め、より説得力のある結果を示していただきたい。また、結論の頑健性を担保するために、マクロ経済変数の要因評価については時系列方向の拡大が必要であると感じる。