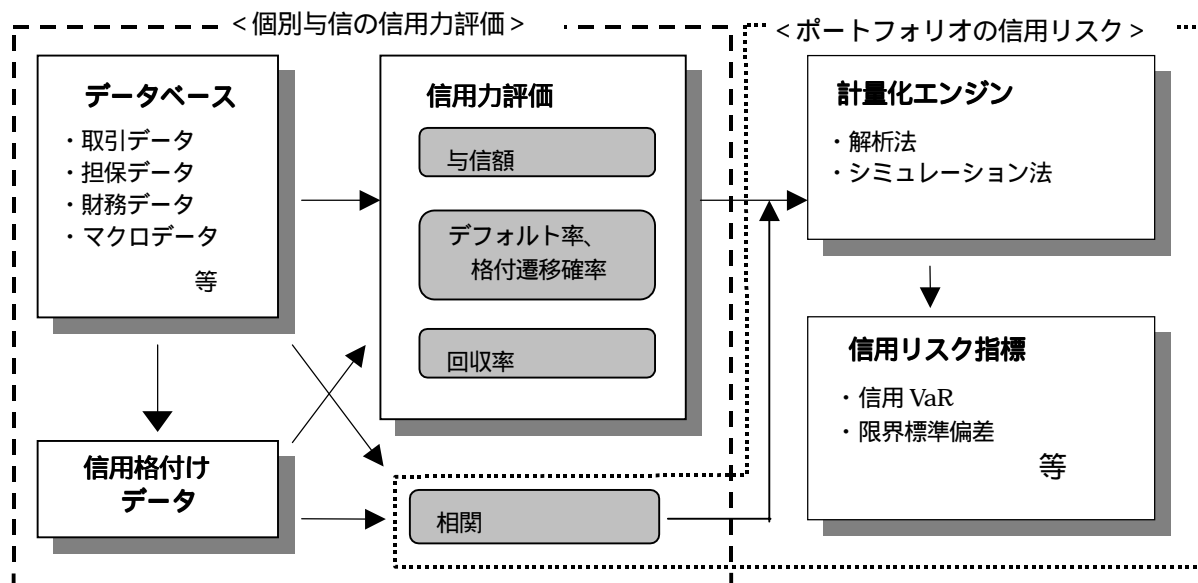
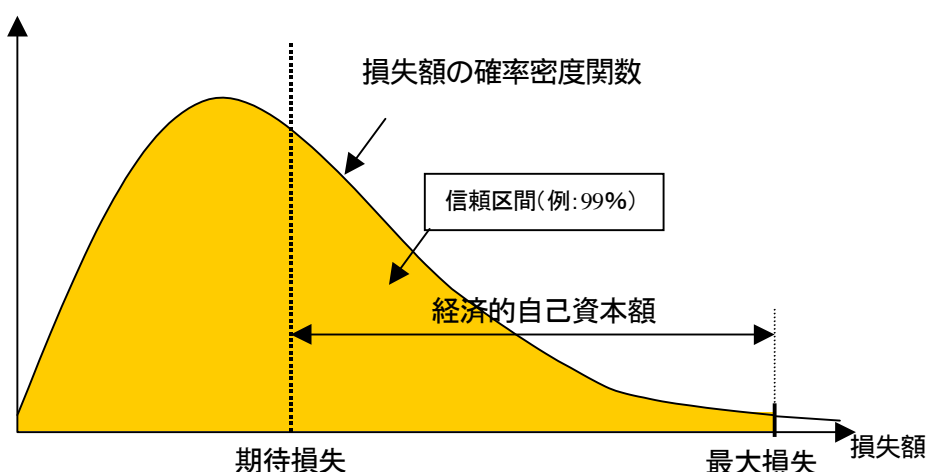


1 基本的な構成

信用リスク管理モデルの基本的構成は、一般的には図1のとおりである。自行データベース及び債務者の信用格付けから信用リスク計量に必要なパラメータ（ファクター）を計算し、それをもとに計量化エンジンによって図2のようなポートフォリオの損失額の確率密度関数（PDF：Probability Density Function of Losses）が算出される。このPDFをもとに信用VaR等の信用リスク指標が算出される。



（図1）信用リスク管理モデルの基本的な構成図



（図2）損失額の確率密度関数

¹⁰ 本論は、報告書本体（特に「1 信用リスク管理モデルの構成」）の理論的側面を中心に補足的な説明を行うものである。

ポートフォリオの損失額を \tilde{L} 、その確率密度関数を $f(x)$ とおくと、最大損失額、期待損失額及び予期されない損失額の一般的な定義式は、以下のように記述される。

$$\bullet \text{最大損失額 (} X \text{) } \quad \Pr\{\tilde{L} \leq X\} = \int_{-\infty}^X f(x)dx = \alpha \quad (1)$$

$\Pr\{\}$: 括弧内の条件を満たす確率、 α : 信頼区間

$$\bullet \text{期待損失額 (Expected Losses) } \quad E[\tilde{L}] = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)dx \quad (2)$$

$E[\cdot]$: 括弧内の期待値

$$\bullet \text{予期されない損失額 (Unexpected Losses) } \quad X - E[\tilde{L}] \quad (3)$$

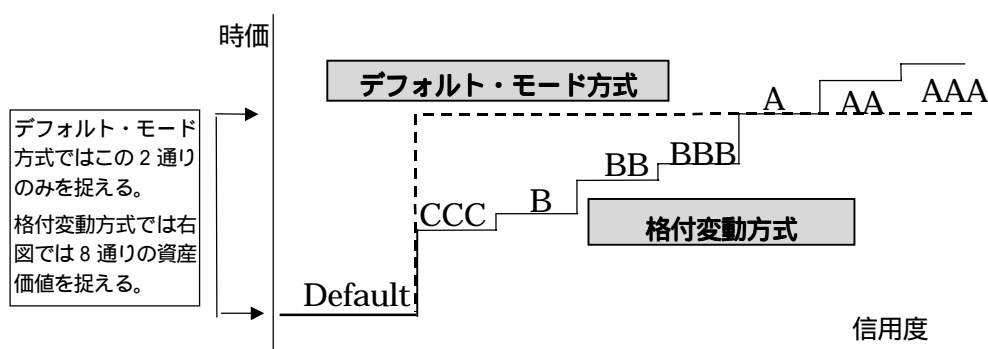
予期されない損失額は、信用リスクに対する経済的自己資本額 (Economic Capital) に対応するものである。

このようにして計量化された信用リスクをもとに、例えばRAROC (リスク調整後資本収益率)¹¹等の概念を用いたキャピタルアロケーション、リスクリミット設定、プライシングへの活用等、銀行の信用リスク管理に活用されている¹²。

2 個別与信の信用リスク

(1) クレジットイベント

クレジットイベントを捉える際のデフォルト・モード方式と格付変動方式を図示すれば、図3のとおりである。



(図3) クレジットイベントの捉え方

¹¹ RAROC (Risk-Adjusted Return on Capital) は、バンカース・トラストによって70年代後半に導入されたもので、資本配分に係る経営指標として用いられている。

¹² 信用リスク管理への活用方法について包括的に述べた著書として、西田[1995]、関野[1996]、安田・大久保[1998]、マッテン[1998]等を参照。

(2) 信用リスクの定量化

イ デフォルト・モード方式の場合

資産 i が将来のある時点においてデフォルトする確率を \tilde{P}_i 、資産 i の与信額を \tilde{E}_i 、デフォルトした場合の回収率を \tilde{R}_i とすると、資産 i の損失額 \tilde{L}_i は以下で表される。

$$\tilde{L}_i = \tilde{E}_i \cdot \tilde{P}_i \cdot (1 - \tilde{R}_i) \quad (4)$$

与信額 \tilde{E}_i 、デフォルト確率 \tilde{P}_i 、回収率 \tilde{R}_i はそれぞれ不確実性を持つ確率変数であり、損失額 \tilde{L}_i も確率変数となる。

ポートフォリオ全体の損失額 \tilde{L} は、それぞれの資産間の相関を考慮し、各資産 i のそれぞれの損失額 \tilde{L}_i を合計することで得られる。

ロ 格付変動方式の場合

資産 i が将来のある時点において格付け j に遷移する確率（格付遷移確率）を \tilde{P}_{ji} 、格付け j に遷移した場合の資産 i の与信額を \tilde{E}_{ji} 、格付け j に遷移した場合の回収率を \tilde{R}_{ji} とすると、資産 i の損失額は以下で表される。

$$\tilde{L}_i = \sum_j \tilde{E}_{ji} \cdot \tilde{P}_{ji} \cdot (1 - \tilde{R}_{ji}) \quad (5)$$

ポートフォリオ全体の損失額 \tilde{L} （確率変数）は、それぞれの資産間の相関を考慮し、各資産 i のそれぞれの損失額 \tilde{L}_i を合計することで得られる。

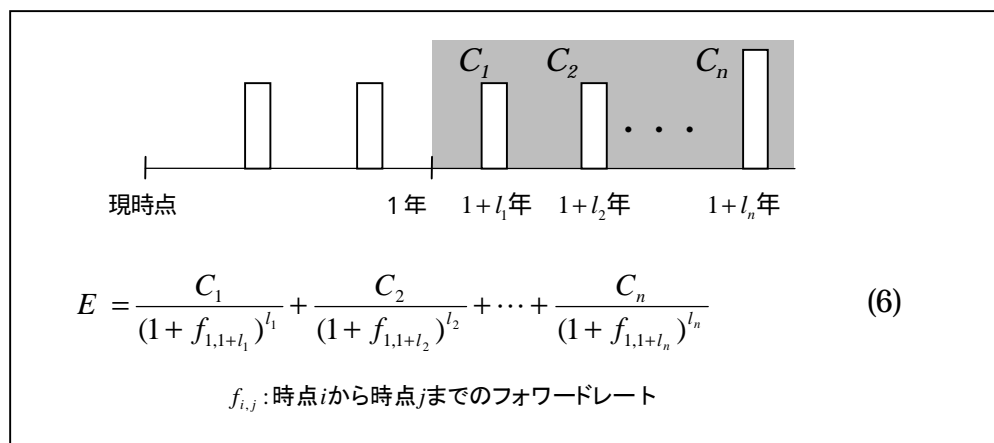
八 相関

デフォルト・モード方式の場合においても格付変動方式の場合においても、個々の資産 i における与信額 \tilde{E}_i （ \tilde{E}_{ji} ）、デフォルト確率 \tilde{P}_i もしくは格付遷移確率 \tilde{P}_{ji} 、回収率 \tilde{R}_i （ \tilde{R}_{ji} ）、それぞれのファクター間に相関が存在する。また、各リスクファクターにおいて資産間の相関も存在する。このように複数の不確実性をもつファクターがそれぞれ相関をもつ場合に、モデルの構築上（解析解の導出、シミュレーションの時間制約等）、各債務者のリスクファクター \tilde{E}_i 、 \tilde{R}_i 、 \tilde{P}_i の相関を 0 とする、債務者間のあるリスクファクターの相関を 0 とする（例：回収率の債務者間相関を 0 とする）等の仮定が置かれる。

二 DCCF 法

DCCF（Discount Contractual Cash Flow）法とは、将来のキャッシュフローを現在価値に割り引いて時価を算出する方法である。割引率に何をを用いるかは様々であるが、例えば Credit Metrics™ においては、残存キャッシュフローを格付け別イールド

カーブ（現在の格付け別イールドカーブから算出される1年後のフォワードレートカーブ）で割り引くことによって与信額 E を算出する（図4）。



（図4）CreditMetrics™における与信額の算出

ホ RNV 法

時価を算出する方法として、派生証券の価格付け理論において用いられる RNV（Risk Neutral Valuation）法（危険中立化法）を用いる方法もある。RNV法を適用するためには、派生証券と原証券が市場で活発に取引されており、無リスクポートフォリオをこの二つの資産の間で構築することが可能であるという前提を必要とする。そのため、主に市場性のある資産（債券、スワップ等）あるいは信用リスクデリバティブズの評価に用いられる¹³。もし、無リスクポートフォリオを形成することが困難である場合には、投資家のリスク選好をあらわすパラメータがモデルの中にあらわれてくるため、モデルの実用性に問題が生じる。

(3) デフォルト率、格付遷移確率

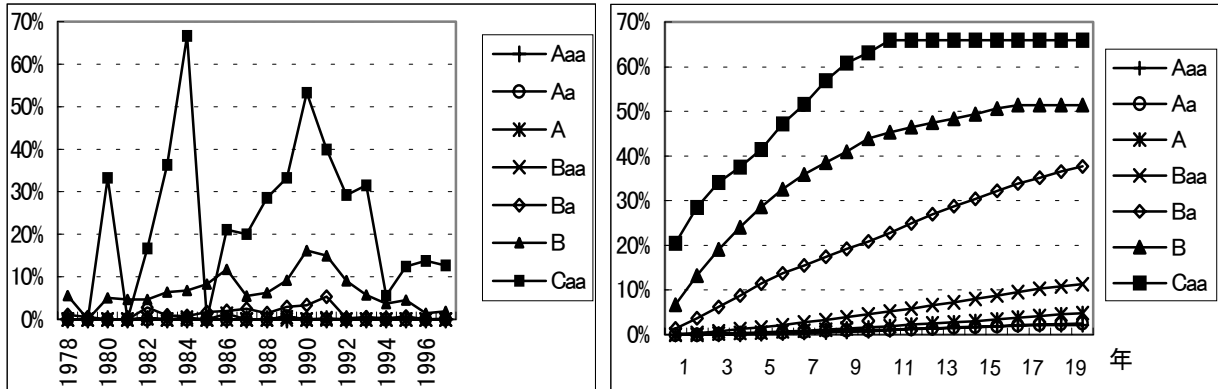
イ 格付けデータを用いるアプローチ

格付けデータを用いるアプローチとは、将来のデフォルト率および格付遷移確率を、格付けデータを用いて推定する手法であり、行内格付けデータまたは外部格付け会社の公表する格付けデータ（デフォルト・データ）を様々な角度から統計分析（トラック調査等）するものである。

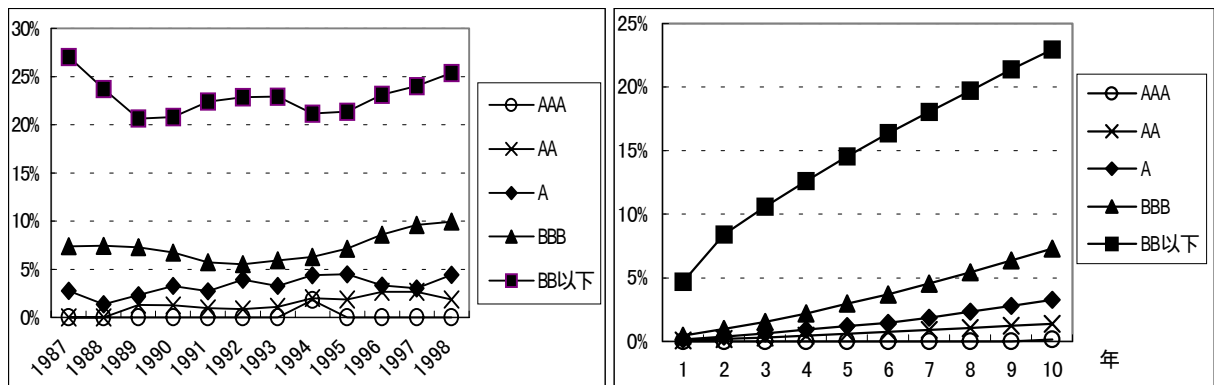
¹³ Longstaff and Schwartz[1995]、Jarrow and Turnbull[1992]、Duffie and Singleton[1994]等を参照。日本での実証研究例としては、小田・村永[1996]、鈴木[1996] [1997]、Kijima and Komoribayashi[1998]、家田[1999]、家田・吉羽[1999]等がある。

デフォルト・モード方式の場合

デフォルト・モード方式の場合には、格付け別デフォルト率や格付遷移行列からデフォルト率を推定することとなる。外部格付け会社から発表されている格付け別のデフォルト率や累積デフォルト率の実績値の例を図5、図6に示す。



(図5) 格付け別年間デフォルト率、累積デフォルト率の例 (Moody's の場合)¹⁴



(図6) 格付け別10年後信用リスク比率、累積信用リスク比率の例

(R&I (日本格付投資情報センター) の場合)¹⁵

累積デフォルト率や限界デフォルト率を用いることで、デフォルトの期間構造を織り込んだ定量化が可能となる。

また、ハザードモデルを用いて、デフォルトの期間構造を数理モデル化するアプローチもある。

ハザードモデル (Hazard Model) とは、時点 t にデフォルトしていなかった企業が次の瞬間にデフォルトする確率 (ハザード率、限界デフォルト率) をもとにデフォルトを記述するモデルであり、主に生存時間解析 (医学、信頼性工学) の分野で活用されてきた手法である。ハザード率 $h(t)$ は、デフォルトの時点を τ とすると次

¹⁴ 「利払いしないし元本返済の不履行もしくは遅延」をデフォルトと定義。

¹⁵ 日本における公開企業の倒産例が僅少なため、倒産・経営破綻、債務超過、3期連続経常損益赤字、3期連続経常収支赤字となる比率を「信用リスク比率」として定義している (ただし、は0.5件としてカウント)。

式のように条件付確率密度として定義される。

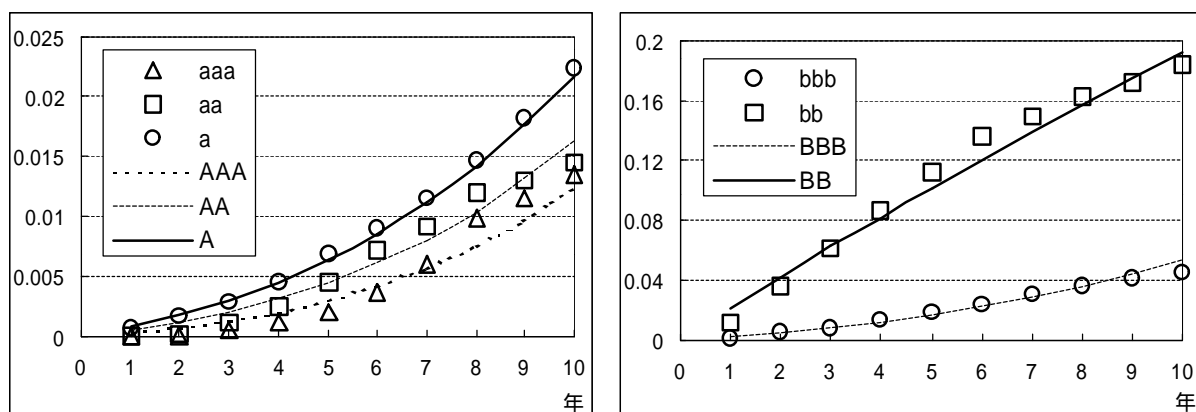
$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Pr\{t \leq t < t + \Delta t | t \geq t\}}{\Delta t}, t > 0 \quad (7)$$

ある邦銀では、ハザード率にワイブル分布（Weibull distribution）を仮定したハザードモデルを用いてモデル構築を行っている。格付け別のハザード率を $h_i(t)$ とし、次式のようなモデル化を行っている。

$$h_i(t) = m_i \cdot h_i^{m_i} \cdot (t + l_i)^{m_i-1} \quad (8)$$

ここで、 m_i は形状を表すパラメータで、 $m_i = 1$ の時に $h(t)$ は一定、 $m_i > 1$ の時に $h(t)$ は増加関数、 $m_i < 1$ の時に $h(t)$ は減少関数となる。 l_i はロケーションパラメータと呼ばれ、時間変換の役割を果たす。また、 h_i は強さを表すパラメータで、ゼロ時点のハザード率の大きさに対応する。

式（8）のパラメータを推計することでハザード率 $h_i(t)$ がモデル化され、また、累積デフォルト率¹⁶がモデル化される。このモデルにより推計された累積デフォルト率を図7に示す。



（図7）累積デフォルト率のモデルによる推計値及び実績値¹⁷

格付変動方式の場合

格付変動方式の場合には、格付けの変更を債権価格の変動の代理変数と考えるため、デフォルト確率を含む概念として格付遷移確率の推定が必要となる。外部格付け会社から発表されている格付遷移確率の実績値の例を表1、表2に示す。

¹⁶ 累積デフォルト率は、 $1 - \exp \int_0^t (-h_i(s)) ds$ で計算される。

¹⁷ 小文字（aaa, …）は実績値、大文字（AAA, …）は推計値を表している。このグラフは、当該銀行がハザードモデルの実証のために外部格付けを利用して作成したものであり、実際のモデルに入力されているものとは異なる。

(表1) 年間格付遷移確率行列 (S&P: 1997年3月現在)

		1年後の格付け (%)							
		AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	Default
現在の格付け	AAA	90.81	8.33	0.68	0.06	0.12	0.00	0.00	0.00
	AA	0.70	90.65	7.79	0.64	0.06	0.14	0.02	0.00
	A	0.09	2.27	91.05	5.52	0.74	0.26	0.01	0.06
	BBB	0.02	0.33	5.95	86.93	5.30	1.17	0.12	0.18
	BB	0.03	0.14	0.67	7.73	80.53	8.84	1.00	1.06
	B	0.00	0.11	0.24	0.43	6.48	83.46	4.07	5.20
	CCC	0.22	0.00	0.22	1.30	2.38	11.24	64.86	19.79

(出典) J.P.Morgan[1997]

(表2) 10年間格付遷移確率行列 (R&I: 1999年5月現在)¹⁸

		10年後の格付け (%)									
		AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	CC	C	消滅等
現在の格付け	AAA	62.28	25.05	6.06	0.00	0.22	0.00	0.00	0.00	0.00	6.39
	AA	11.02	65.38	14.48	1.15	0.22	0.00	0.00	0.00	0.32	7.43
	A	1.32	27.19	46.93	5.00	0.82	0.10	0.00	0.00	0.35	18.29
	BBB	0.00	2.54	30.03	27.82	1.80	0.09	0.00	0.00	0.09	37.63
	BB	0.00	0.29	15.75	22.82	3.88	0.52	0.00	0.00	0.00	56.74
	B	0.00	0.00	15.67	3.25	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	81.08
	CCC	0.00	0.00	9.60	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	90.40
	CC	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00

(出典) R&I[1999]

格付遷移確率行列に期間構造を持たせる際に、吸収マルコフ連鎖モデルを用いるアプローチがある。マルコフ連鎖とは、将来時点の状態の確率分布が現時点の状態のみに依存して決まる離散的な状態空間をもつ確率過程のことをいい、吸収とは状態の中に一度到達したら抜け出せない状態があることをいう。

企業の離散的な格付けの状態空間を $N = \{1, 2, \dots, K, K+1\}$ とし、状態 $K+1$ を吸収状態とする。状態 1 が最高の格付け、状態 2 がその次の格付け、状態 K が最低の格付け、状態 $K+1$ がデフォルトに対応する。このとき状態空間 N 上の確率過程を $\{X(t); t=0, 1, 2, \dots\}$ 、格付けが状態 i から状態 j に遷移する確率を $q_{i,j} = \Pr\{X(t+1) = j | X(t) = i\}$ とおくと、格付遷移確率行列は以下のように表される。

$$Q = \begin{pmatrix} q_{1,1} & q_{1,2} & \cdots & q_{1,K+1} \\ q_{2,1} & q_{2,2} & \cdots & q_{2,K+1} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ q_{K,1} & q_{K,2} & \cdots & q_{K,K+1} \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

$t=k$ から $t=l$ までの格付遷移確率行列を $Q_{k,l}$ と表すと、 $t=0$ から $t=n$ までの格付遷移確率行列は、

¹⁸ 「C格」が倒産事象を表す。「消滅等」とは、格付け推移を追跡している会社について格付けしていた債券が全て償還された場合、または合併に伴い会社自身が消滅した場合を指す。

$$Q_{0,n} = Q_{0,1}Q_{1,2} \cdots Q_{n-1,n} \quad (10)$$

で算出され、格付遷移の期間構造を記述することができる¹⁹。

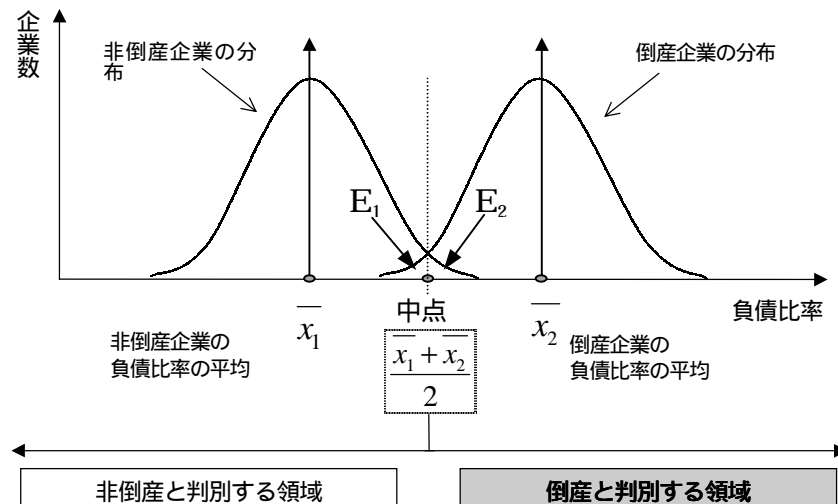
□ 財務データを用いるアプローチ

公表されている財務データを利用して個別企業の倒産確率を予測しようという研究は古くから行われている。技術的には、判別分析、線形回帰分析、非線形回帰分析（ロジット分析、プロビット分析等）、ハザードモデルといった手法を用いて倒産確率を算出する。

判別分析

判別分析とはあるデータ集合を複数の群に分けるための手法である。

1変量による倒産・非倒産の判別を考える²⁰。いま、今後ある期間（例えば1年後）の倒産・非倒産企業を判別するための説明変数として、財務諸表における負債比率を例として考える。これらの分布が正規分布しその分散が等しい²¹と仮定すると、倒産・非倒産を「判別」する点は、この2つの分布の平均値 \bar{x}_1, \bar{x}_2 の midpoint とすることが合理的な決定方法となる（図8）。なぜなら、その点で倒産企業を非倒産企業と誤る誤判別確率（ E_1 ）、非倒産企業を倒産企業と誤る誤判別確率（ E_2 ）が等しくなり、その合計が最小になるからである（ E_1 を type エラー、 E_2 を type エラーという）。



（図8）一変量判別分析

¹⁹ リスク中立確率のもとで評価する場合は、観測格付遷移確率行列 Q ではなくリスク中立確率に変換した行列 \tilde{Q} を用いる。Jarrow, Lando and Turnbull [1997] を参照。

²⁰ 基本的な考え方は Beaver [1968a][1968b][1966] に遡る。

²¹ 2つのグループの分散が異なる場合にはマハラノビスの距離判別が用いられる。

倒産・非倒産を判別するためのリスクファクターが複数ある場合には、複数のファクターの線形結合（加重平均）をもって同様な分布を描き判定する多変量判別分析（MDA：Multivariate Discriminant Analysis）が用いられる²²。ウェイトは、分布の平均値の差を大きく、また、それぞれの分布の分散を小さくするように決定される。

回帰分析

母集団における t 期の倒産確率 π_t は、 t 期の k 個のリスクファクター（要因、指標、説明変数）によって、以下のような式で説明できると仮定する。

$$\pi_t = \psi \left(\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{jt} \right) \quad (11)$$

ここで、 $\psi(\cdot)$ は単調増加関数である。この倒産確率を推計するにあたり、データとして利用可能なのは、過去の倒産、非倒産の例である。この場合、倒産企業を1、非倒産企業を0として、これから倒産確率 π_t の推定値を得る。この関数 $\psi(\cdot)$ をどのように想定し、同時にパラメータ β_j をどう推定するかが問題となる。 $\psi(\cdot)$ に線形関数を仮定したモデルとして線形確率モデル、また、非線形の関数を仮定したモデルとしてプロビットモデル、ロジットモデル等²³がある。

(i) 線形確率モデル

線形確率モデル（LPM：Linear Probability Model）では、リスクファクターの線形和で倒産確率を表す。

まず、従属変数 y_t として、倒産企業は1、非倒産企業は0とした線形回帰モデルを考える。

$$y_t = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{jt} + \tilde{u}_t \quad (12)$$

ここで、両辺の期待値をとると、 $E[y_t] = \pi \cdot 1 + (1 - \pi) \cdot 0 = \pi$ であるので、以下のような倒産確率推定式が得られる。

$$\pi_t = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{jt} + \tilde{u}_t \quad (13)$$

各係数 β の推定については、一般化最小2乗法が用いられる。これは、通常の

²² Altman[1968]、後藤[1989]等をはじめとして多数の論文がある。

²³ 森平[1994]、Boyes[1989]、Jonson and Melicher[1994]等を参照。

最小2乗法によって推定すると、誤差項 \tilde{u}_i に不均一分散が生じているために、一
致性と不偏性は保たれるものの効率性が保証されない等の問題が生じるためであ
る。

線形確率モデルにおいては、推定倒産確率が0と1との区間に入る保証がない
等の問題点がある²⁴。これに対して、推定倒産確率を0と1の間に収めることが
可能なものに、以下のロジットモデル、プロビットモデル等がある。

(ii) ロジットモデル

ロジットモデル (Logit Model) では、加重平均したリスクファクターをさら
にロジット変換したもので倒産確率を表す。

$$\pi_t = \frac{1}{1 + \exp\left(-\left(\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{jt}\right)\right)} \quad (14)$$

π_t と $1 - \pi_t$ との比の対数をとることにより、倒産確率に対する「対数オッズ」
は、次式のように表される。

$$\ln\left(\frac{\pi_t}{1 - \pi_t}\right) = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{jt} \quad (15)$$

この「対数オッズ」はパラメータに対し線形となっているので、一般化最小2
乗法を用いて係数を推計することができる。

(iii) プロビットモデル

プロビットモデル (Probit Model) では、倒産確率とリスクファクターの線形
結合との間の関係を、累積標準正規密度関数 $\Phi(\cdot)$ によって表現する。

$$\pi_t = \Phi\left(\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{jt}\right) \quad (16)$$

$$\text{ただし } \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp(-x^2/2) dx$$

$\Phi^{-1}(\cdot)$ をその逆関数とすると、

$$\Phi^{-1}(\pi_t) = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{jt} \quad (17)$$

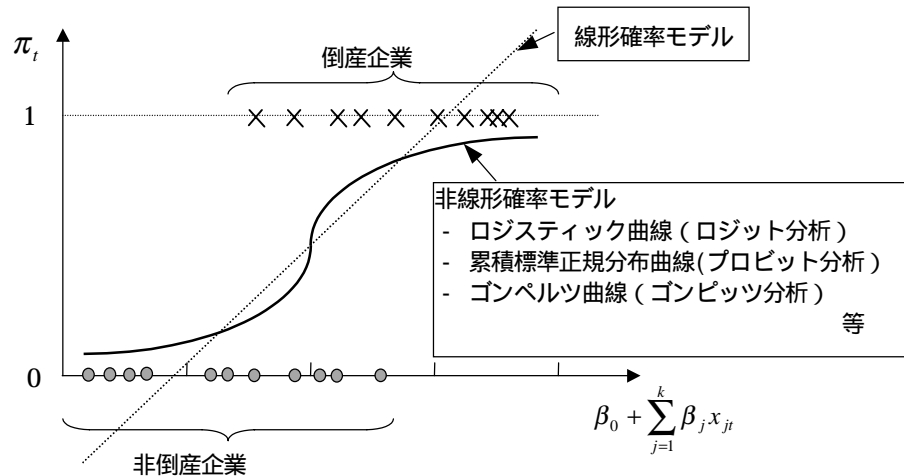
となり、右辺全体はパラメータに対し線形となる。従って一般化最小2乗法を用

²⁴ 線形確率モデルの問題点についてはMaddala[1983]第2章を参照。

いて係数を推計することができる。

(iv) その他

その他、対数線形 (loglinear) 、ゴンペルツ曲線を用いたゴンピッツ (Gompit) 分析等が提唱されている²⁵。



(図9) 回帰分析 (線形確率モデル、非線形確率モデル)

Cox の比例ハザードモデル

ハザードモデルにおいて、特にハザード関数を、

$$h(t, \mathbf{x}) = h_0(t) \cdot \exp\{\beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_m x_m\} \quad (18)$$

と仮定したモデルを Cox の比例ハザードモデルと呼ぶ²⁶。ここで、 x_k はこの企業について観測される k 番目の共変量 (説明変数)、 β_k は各説明変数に対する重み (重要性) を表すパラメータで、全ての企業に共通の値である。また、 $h_0(t)$ はベースライン・ハザード関数と呼ばれ、時間 t にのみ依存する部分であり、ワイブル分布等によりモデル化されることが多い。

八 オプション・モデルを用いるアプローチ

企業のバランスシートにおいて、将来の企業資産価値が負債額を下回る (自己資本額が負となる) ことをデフォルトと定義し、企業資産価値を原資産価格、負債額を権利行使価格とするヨーロピアン・コールオプションとみなして価格付けを行う。この

²⁵ これらの変換の具体的な形状については、Aldrich and Nelson[1984]、Maddala[1983]等を参照。

²⁶ 例えば Looney,Wansley,Lane[1989]、Lane,Looney,Wansley [1986]では、銀行の倒産確率の期間構造推定に Cox の比例ハザードモデルを適用している。

ようなオプションモデルを用いたアプローチの基本的なアイデアは Merton[1974]に基づく。

t 期の企業資産価値 A_t ($t=0, \dots, T$) が次のような確率過程に従うとする。

$$dA_t = \mu_A A_t dt + \sigma_A A_t dz_t \quad (19)$$

ここで、 μ_A は資産の期待成長率、 σ_A は資産成長率のボラティリティ、 dz_t は増分ウィナー過程である。

現時点の資産価値を A_0 、 T 期における負債価値を D_T 、リスクフリーレートを r_f とおくと、現在の自己資本 E_0 は、ブラック＝ショールズ・モデルを用いて以下のよう表される²⁷。

$$E_0 = A_0 \cdot \Phi(d_1) - D_T \cdot \exp\{-r_f T\} \cdot \Phi(d_2)$$

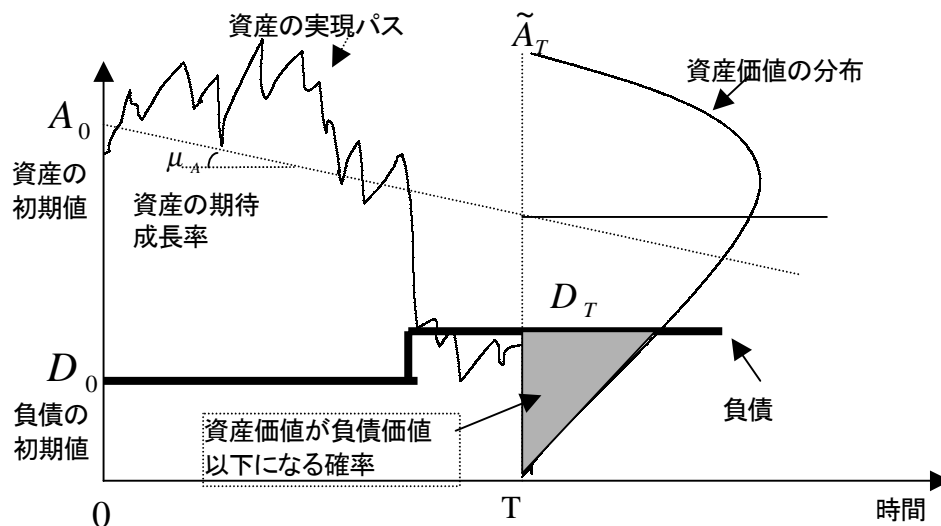
$$d_1 = \frac{[\ln(A_0 / D_T) + (\mu_A + \sigma_A^2 / 2)T]}{\sigma_A \sqrt{T}} \quad (20)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_A \sqrt{T}$$

このとき、デフォルト率は

$$P\{A_T \leq D_T | A_0\} = 1 - \Phi(d_2) \quad (21)$$

で与えられる。



(図 10) オプションモデルを用いたアプローチ

²⁷ ブラック＝ショールズ・モデル、Merton モデルを導出するためには、原証券と派生証券とからなるポートフォリオのリスクがゼロになるようにポートフォリオを組むことができ、従って、そのリターンがリスクフリーレートに等しいという仮定を置く必要がある。通常の株式と株式オプションとの間ではこの議論は成立するが、この場合は、原証券が企業資産、派生証券が株式となり、通常、企業資産には市場性がないため、ブラック＝ショールズモデルを導くことができない。そのため、モデル中に資産の成長率の期待値が現れざるを得ない。また、現在価値に割り引くときの割引率も無リスクレートでなく、信用リスクを調整した割引率とする必要性があり得る。これらの議論に関しては、森平・斎藤[1999]を参照。

この方法では、企業価値 A_t やその成長率のボラティリティ σ_A が必要となるが、そのパラメータを直接推定することは難しく、株式価格やそのボラティリティ²⁸等のデータから推定する方法が用いられる。したがって、こうした方法を適用するためには、デフォルト率を推定する企業の株価に関するデータが必要になってくる。しかし、企業が上場されていない場合や上場されていても流動性が十分でない場合²⁹（例えば中小企業、店頭市場銘柄等）もあることから、それにも適応するようにモデルの拡張がなされている³⁰。

以上の議論は、株式を企業資産に対するコールオプションとみなして倒産確率を求めるものであるが、負債（債券）保有者が企業に対してプットオプションを保有していると考えても、同様の分析が可能である。また、こうした分析において、倒産確率を求めるのではなく、信用リスクのある企業の債券を保有している投資家が要求するリスクフリーレートを上回る信用リスクスプレッドを求め、それをもって信用リスク尺度とする考え方もある³¹。

二 マクロファクターを用いるアプローチ

マクロファクターを用いるアプローチは、倒産確率をそれに影響を与えるマクロ経済要因で説明しようとするアプローチであり、信用リスク管理において、株式や債券のマルチファクターモデルと同様の役割を果たすものである³²。もし、マクロ経済全体あるいは特定の産業等に関して倒産率のデータが入手できる場合には、式（11）の従属変数が実際に観察される倒産率データとなるため、マクロ経済あるいは特定産業の特性をあらわすマクロ経済ファクターを用いて、線形あるいは非線形回帰モデルにより倒産確率を推定することができる³³。また、そのモデルをベースとして、倒産率を説明するマクロファクターの値が一単位増加した時の倒産率に与える影響を推定することも容易になり、信用 VaR を計算することが可能になる。マクロファクターとしては、GNP の変化率、株価指数、失業率等が用いられる。

²⁸ ヒストリカルボラティリティ、インプライドボラティリティをそのまま用いる方法、また CAPM、APT、GARCH 等を用いて推計したものを用いる方法等がある。

²⁹ 流動性・市場性の低い資産のマルチンゲール尺度については、Longstaff [1995a] [1995b]を参照。

³⁰ Kealhofer[1993]等を参照。

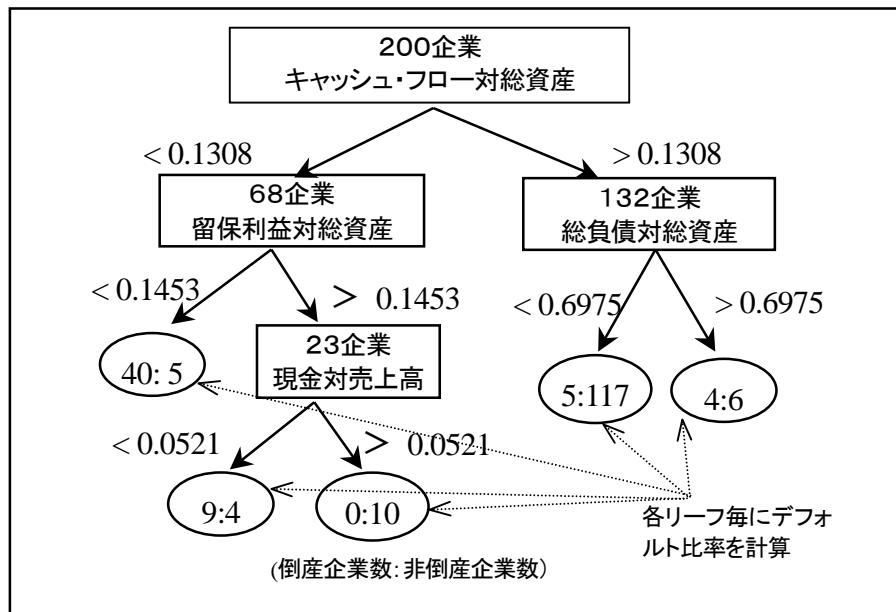
³¹ Merton[1974]は本来こうしたアプローチを説明し、倒産確率の推定が可能であることは示していない。

³² マクロファクターによる倒産確率の推定については、Altman[1984][1983]、Nelson[1970]、Platt and Platt[1994]、Johnsson and Fridson[1996]、太田[1994]等を参照。また、その信用リスク管理モデルへの適用は、McKinsey 社の Credit Portfolio View に具体化されている。モデルの詳細については、Wilson[1997a][1997b]を参照。

³³ こうした方法に基づく倒産確率推定の計量経済学的方法と推定結果については、森平[1996]を参照。

ホ 二進木モデル

二進木モデルとは、全体の集合を財務変数等の変数によって類似のグループに分類していく方法である。図 11 にその例を示す。200 企業が、キャッシュ・フロー対総資産比率をはじめとする変数の値によって分類され、最終的に丸で囲まれたグループ（リーフと呼ばれる）に分類される。そして、倒産実績からリーフ毎のデフォルト率を計算しておく。計量化を行う際には、企業の属性により分類されたリーフのデフォルト率をもって、その企業のデフォルト率とされる。

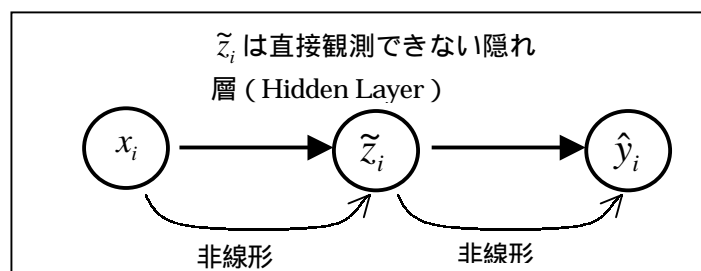


(図 11) 二進木による倒産予測の例

ヘ ニューラル・コンピューティング³⁴

ニューラル・コンピューティング (Neural Computing : NC) とは、線形モデル・非線形モデルを多数階層に繰り返すことによって、倒産・非倒産企業を判別するものである。

1 入力、1 隠れ層、1 出力の簡単なモデル例を考える (図 12)。



(図 12) NC の簡単な例

³⁴ Altman, Marco and Varetto[1994]等を参照。

例えば、 $\tilde{z}_i = \frac{1}{1 + \exp(-(\alpha + \beta x_i))}$ 、 $\hat{y}_i = \frac{1}{1 + \exp(-(a + b\tilde{z}_i))}$ とすると、 \hat{y}_i は、以下の式で表

される。

$$\hat{y}_i = \frac{1}{1 + \exp \left[- \left\{ a + b \left(\frac{1}{1 + \exp(-(\alpha + \beta x_i))} \right) \right\} \right]} \quad (22)$$

NC の目的は、計算値 \hat{y}_i と実績変数 t_i (倒産 = 1、非倒産 = 0 となるインディケータ・ファンクション) との誤差³⁵が最小となるようにパラメータ (α, β, a, b) を試行錯誤によって推定することである。以下に計算方法の考え方を示す。

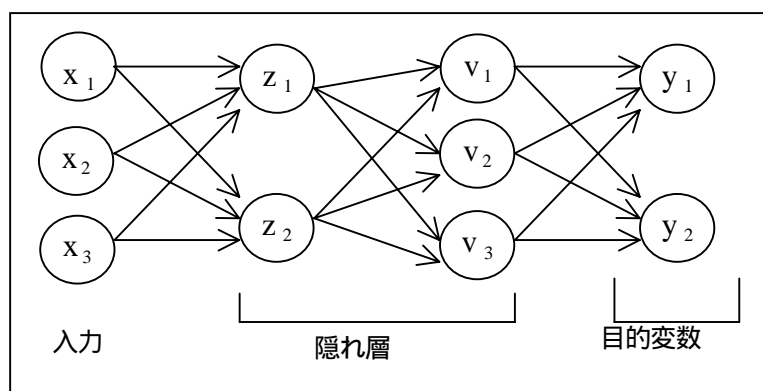
(Step1) ウェイト (α, β, a, b) の初期値を乱数によって決定する。

(Step2) 説明変数 x_i と実績値 t_i を全てのサンプル (倒産企業・非倒産企業) についてモデルに与える。

(Step3) 目的 (出力) 変数の計算値 \hat{y}_i を式 (22) を用いて計算し、実績値 t_i との差を計算する。

(Step4) もし計算値 \hat{y}_i が一定値であれば、終了する。そうでなければ、特定のアルゴリズム³⁶を用いてウェイト (α, β, a, b) を改定する。

実際には、図 13 に示すように多くの入力 (説明) 変数、隠れ層、出力 (目的) 変数が用いられる。



(図 13) NC の構成例

NC による倒産・非倒産企業の判別は、非線形の関数をいくつも組み合わせる (畳み込む) ことによって説明力をあげていると考えられる。

³⁵ この誤差の定義の仕方も多くの考え方がある。

³⁶ ウェイトを改定するアルゴリズムには、非常に多くの方法が考えられている。

ト 数理計画法³⁷

線形計画法 (Linear Programming : LP)、非線形計画法 (NLP) 等の数理計画法を用いる倒産予測モデルは、線形判別分析モデルのように、正規性、等分散性等を仮定することなく、倒産企業と非倒産企業を判別できるという利点を持つ。

いま倒産、非倒産企業の予測にあたって、負債比率と自己資本利益率 (ROE) の2つの変数を用いることを考える。判別にあたって、この2つの変数の加重平均値が、あらかじめ決められた任意の基準値 c より大きければ非倒産企業とし、そうでない時は倒産企業と分類することとする。これを数式で表すと、 i 番目の非倒産企業について、

$$\beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} \geq c \quad (23)$$

となる。ここで、 β_1 と β_2 は i 番目の企業の負債比率 x_{1i} と ROE x_{2i} に対するウェイトを表す。他方、倒産企業について、加重平均した評点があらかじめ決めた基準値 c より小さくなければならない。

$$\beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} \leq c \quad (24)$$

ウェイト β_1 、 β_2 は、非倒産企業については式 (23)、倒産企業については式 (24) の不等式がなるべくよく成立するように、即ち、 i 番目の企業の加重平均得点が基準値 c から、非倒産企業に関してはなるべく上回り、倒産企業に関してはなるべく下回るように決めればよい。この偏差 d_i とウェイト β_1 、 β_2 は、次の LP 問題を解くことによって得られる (ただし β_1 、 β_2 、 d_i の符号は未定)。

$$\text{Maximize} \Rightarrow \sum_{i=1}^{N_2} d_i \quad (25)$$

Subject to

$$\beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} = c + d_i \quad \text{非倒産企業に属する企業} (i=1, \dots, N_1)$$

$$\beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} = c - d_i \quad \text{倒産企業に属する企業} (i=N_1+1, \dots, N_2)$$

新しい企業の倒産・非倒産予測は、 x_1 、 x_2 にその企業の値を代入し、結果が c より大きいかわいかに判断される。また、 d_i がその時のリスク量の推定値となる。

以上で示したものは、数理計画法の中でも LP という最も簡単な方法によって定式化したものであるが、これ以外に種々の拡張が試みられている。

チ 比較

以上に述べた、デフォルト率、格付遷移確率推定モデルの比較を表 3 に示す。

³⁷ Gupta, Ramesh and Prabir [1990]等を参照。

(表3) デフォルト率、格付遷移確率推定モデルの比較

	メリット	デメリット
格付けデータを用いるアプローチ	<ul style="list-style-type: none"> ・株価等市場データのない中堅・中小企業を含めた格付け付与先全ての企業で信用リスク分析が可能 ・銀行内部の審査プロセスと平仄を取ることが容易 	<ul style="list-style-type: none"> ・格付けの信頼性に依存 ・データのサンプル数の問題 ・過去データによる将来の予測性の問題
財務データを用いるアプローチ	<ul style="list-style-type: none"> ・上場企業や大企業でなくてもほぼ全ての企業で財務諸表データが利用可能であるため、中小企業や非上場企業の信用リスク分析が可能 	<ul style="list-style-type: none"> ・財務データの入手頻度、信頼性に依存
判別分析	<ul style="list-style-type: none"> ・計算が容易 	<ul style="list-style-type: none"> ・正規性、分散共分散行列が倒産、非倒産企業で等しいと仮定
回帰分析	<ul style="list-style-type: none"> ・倒産確率やその信頼限界を直接推定可能 	<ul style="list-style-type: none"> ・特に非線形回帰モデルを用いる場合、対象企業数が増加すると計算量が指数関数的に増大
Coxの比例ハザードモデル	<ul style="list-style-type: none"> ・限界倒産確率を直接推定し、従って累積倒産確率を推定することが可能 	<ul style="list-style-type: none"> ・計算はやや複雑であり、特別なソフトウェアが必要
オプション・モデルを用いるアプローチ	<ul style="list-style-type: none"> ・市場データ(株価とそのボラティリティ)からリアルタイムに倒産確率を推定可能 ・株価を用いるため、投資家の将来の予想を織り込んだ倒産確率の推定が可能 (Forward Lookingアプローチ) 	<ul style="list-style-type: none"> ・株価データが必要なため、本来上場企業に限定 ・企業価値と株式価値、あるいは負債価値との関係を明確にする特定のモデルが必要 ・株式あるいは債券市場がその企業の信用リスク度を明確に織り込んでいない場合は倒産確率推定精度は極めて悪化するため、上の財務データアプローチとの併用が必要
マクロファクターを用いるアプローチ	<ul style="list-style-type: none"> ・倒産率に影響を与えるマクロ、あるいは産業ファクターの影響度を知ることが可能 ・債券や株式のマルチファクターモデルと同様なため、市場リスク管理モデルとの統合が容易 	<ul style="list-style-type: none"> ・倒産「率」データの入手可能性がモデルの成否を決定 ・倒産「確率」が倒産「率」に等しいという保証なし ・個別企業の倒産率の推定は不可能
二進木モデル	<ul style="list-style-type: none"> ・倒産を規定する要因の確率分布を特定化(たとえば正規分布)あるいは等分散性を仮定する必要なし ・予測力は他の方法に比べて高い 	<ul style="list-style-type: none"> ・予測力を高めるためには枝(ノード)の数が増加 ・精度を上げるために大量のデータが必要
ニューラル・コンピュータリング	<ul style="list-style-type: none"> ・倒産とそれを規定するファクターとの間の明確な関係を必要としない ・単に結果あるいは出力である、倒産、非倒産の事実とそれに影響を与えるであろう入力(説明)要因データを用意すればよい ・モデル定式化のコストが低い 	<ul style="list-style-type: none"> ・データマイニング・アプローチであるため、過去の異常値に対してもモデルを過剰にフィットさせようとする傾向があり、将来に適合するかどうかは不明 ・計算時間は企業数が増加するにつれて飛躍的に増加 ・層(layers)をいくつにするか、あるいは層やノード間を結ぶ線形・非線形関数をあらかじめ決める必要があるが、統一的指針なし ・監査可能性の問題
数理計画法	<ul style="list-style-type: none"> ・倒産を規定する要因の確率分布を特定化(たとえば正規分布)あるいは等分散性を仮定する必要なし ・特に線形計画モデルの場合、企業数が増加しても計算が容易 ・信用リスクの「制御モデル」との統合が容易 	<ul style="list-style-type: none"> ・倒産確率の推定はモデルからの正解率に基づく ・どのような要因が倒産予測に効いているかを判定する基準が統計的な分析方法に比べて不明確 ・線形計画モデルでは、変数間の相関を明示的に考慮しないため、予測力が落ちる(相関を考慮すると非線形計画法を用いることとなるため、計算量が増大)

(4) 回収率

既述のとおり、信用リスクの定量化における回収率の統計的な推計については、データ制約等の実務上の問題があり、実証研究例もごく限られている。社債における回収率の実証例を表4に示す。

(表4) 弁済順位別の回収率の平均及び分散

弁済順位別	平均	標準偏差
Senior Secured	53.80%	26.86%
Senior Unsecured	51.13%	25.45%
Senior Subordinated	38.52%	23.81%
Subordinated	32.74%	20.18%
Junior Subordinated	17.09%	10.90%

(出典) Carty and Lieberman[1996]

3 ポートフォリオ・ベースの信用リスク

(1) 分散・集中の定量化

金額 X を信用度の等しい(デフォルト確率 P) N 社の企業に対して、均等額 X/N に分けて与信したと仮定する。各企業 i ($i=1,2,\dots,N$) の1年後の信用状態を表す確率変数を \tilde{H}_i とすると、次のように定義される。

$$\tilde{H}_i = \begin{cases} 1 & \dots \text{デフォルトした場合 (確率 } P) \\ 0 & \dots \text{デフォルトしない場合 (確率 } 1-P) \end{cases} \quad (26)$$

1年間に発生する損失額 \tilde{L} は、 \tilde{H}_i を用いて次のように表される。

$$\tilde{L} = \sum_{i=1}^N \frac{X}{N} (1-R) \cdot \tilde{H}_i \quad (27)$$

ここで、 R は回収率で、各社で等しいと仮定する。各企業のデフォルトが独立に発生すると仮定すると、 \tilde{L} の期待値と分散は次のように表される。

$$E[\tilde{L}] = X \cdot (1-R) \cdot P \quad (28)$$

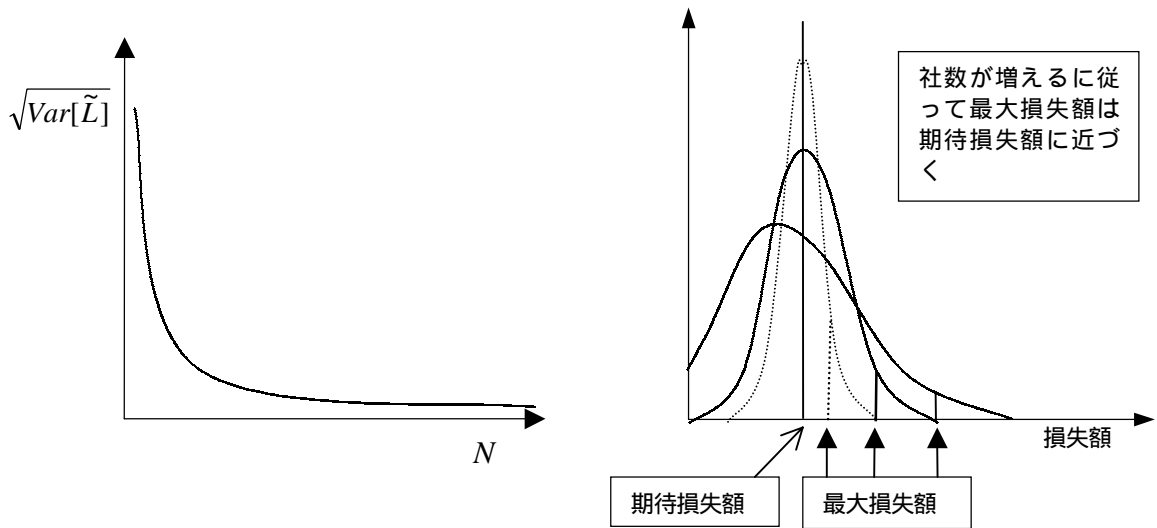
$$\text{Var}[\tilde{L}] = \frac{1}{N} X^2 \cdot (1-R)^2 \cdot P \cdot (1-P) \rightarrow 0 \quad (N \rightarrow \infty)$$

この場合、ポートフォリオの損失額の標準偏差は、 $1/\sqrt{N}$ のオーダーで減少していく(図14a)³⁸。

(図14b)は、与信総額を一定に保ちながら社数を増やしていった時の損失額分布の形状の変化を示したものであるが、デフォルトによる期待損失額に変化がなくとも、最大損失額は低下している様子が分かる。

以上のように、集中化リスク(分散投資効果)を把握することは、重要な意義を有する。

³⁸ 以上については、池森[1999]を参照。



(図 14a) 与信の分散投資効果

(図 14b) 分散投資による損失額分布の変化

(2) 損失額の分布（確率密度関数）の見積り

イ 解析法

損失額の分布を解析的に求めるアプローチで、分散共分散法、確率母関数・ハザード率等をモデル化する方法、さらに特性関数から逆フーリエ変換により分布関数を推定する方法等がある。

ロ シミュレーション法

解析法によらずに損失額の分布を求める場合に、モンテカルロ・シミュレーション法等のシミュレーション法が用いられる。

例えば、CreditMetrics™におけるシミュレーションの大まかな手順は以下のとおりである³⁹。

シナリオ生成：

- ・ポートフォリオ中の債務者に係る資産収益率の閾値を設定する。
- ・正規分布に従う資産収益率のシナリオを生成する。
- ・資産収益率のシナリオを信用格付シナリオにマッピングする。

ポートフォリオの価格評価：個々のシナリオごとに、ポートフォリオを再評価し、新しい信用格付を反映させる。その結果、ポートフォリオの多数の将来価値が算定される。

結果の集計：以上による価値のシナリオ生成により、ポートフォリオ価値の分布が推定される。

³⁹ J.P. Morgan & Co.[1997]を参照。

(3) 相関関係の推定方法

イ 相関

債務者間の相関を求める方法としては、外部格付けや行内格付けのヒストリカルデータから算出する方法、株価や債券価格といった市場価格のヒストリカルデータから算出する方法等がある。

ロ 企業資産価値モデル

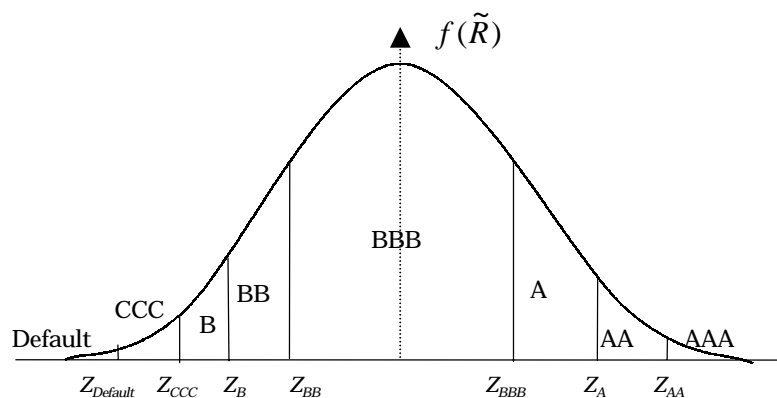
企業資産価値モデルによるアプローチは、離散的な企業の将来の格付けを企業価値という連続変数に置き換えることによって、相関を考慮した格付遷移の結合遷移確率を容易に算出できるようにしたものである。

Merton モデルを拡張した企業資産価値モデルは、企業価値の収益率 $\tilde{R} (= d\tilde{A}_t / A_t)$ に正規性を仮定した上で、これと与えられた格付遷移確率とが整合性を保つように、 \tilde{R} の確率密度関数 $f(\tilde{R})$ に閾値 Z_i を設定する (図 15 参照)。

$$\Pr\{X \leq i\} = \Pr\{\tilde{R} \leq Z_i\} = \Phi\left(\frac{Z_i - \mu}{\sigma}\right) \quad (29)$$

$\Pr\{X \leq i\}$: 将来の格付け X が i 以下になる確率

Z_i : 格付け i 以下となる閾値



(図 15) 企業価値の収益率の確率分布と格付遷移のモデル化

したがって、以上のように閾値が決定されれば、企業価値 A_t の変動によって、信用格付けの変化を記述することができる。もし、企業価値 A_t が直接測定できない場合は、式 (29) に代えて格付け予測の計量モデルを直接用いることも一つの考え方であろう⁴⁰。

⁴⁰ 格付け予測モデルの一例については、中山・森平[1998]を参照。

ある邦銀では、企業資産価値モデルを用いて、業種間の相関と業種・個社間の相関を織り込んだ計量化を行っている。

企業*i*の格付推移変数を A_i とし、その企業価値変動が業種の変動によって説明できるとし、以下の回帰モデルを用いる。

$$dA_i = a_i + b_{1i} X_1 + b_{2i} X_2 + \dots + b_{ni} X_n + \varepsilon_i \quad (30)$$

X_j : 業種*j*に共通な変動要因

a_i : 企業*i*の成長度

b_{ji} : 業種*j*の変動要因に対する企業*i*の感応度

ε_i : 企業*i*固有の変動

$$\text{ただし、業種寄与率} = \sqrt{\frac{\text{Var}(\sum_j b_{ji} X_j)}{\text{Var}(dA_i)}}$$

$$\text{業種比率} = b_{1i} : b_{2i} : \dots$$

で定義され、係数は業種寄与率及び業種比率により決定される。

扱いやすくするため、 dA_i を平均0、分散1の標準正規分布となるように係数を調整し($dA_i \sim N(0,1)$) また、1企業1業種と仮定する(企業*i*の業種を*G(i)*とする)。

このとき、 dA_i は、以下のように定義される。

$$dA_i = r_i \cdot X_{G(i)} + \sqrt{1-r_i^2} \cdot \varepsilon_i \quad (31)$$

ただし、

$X_{G(i)}$: 企業*i*が属する業種に共通するファクター $\sim N(0,1)$

ε_i : 企業*i*固有のファクター $\sim N(0,1)$

r_i : 企業*i*の業種*G(i)*に対する業種寄与率

$\rho_{\varepsilon_i \varepsilon_j} = 0 (i \neq j) \quad 1 (i = j)$ (異なる企業変数間の相関は0)

$\rho_{\varepsilon_i X_{G(j)}} = 0$ (企業変数と業種変数間の相関は0)

$\rho_{X_{G(i)} X_{G(j)}}$: 業種*G(i)*と業種*G(j)*の相関係数

$\rho_{dA_i dA_j} = r_i \cdot r_j \cdot \rho_{G(i)G(j)}$

業種間相関行列を固有値分解することで、乱数を発生させる。その上で、モンテカルロ・シミュレーションを行うことにより、ポートフォリオの連鎖倒産・与信の集中リスクを織り込んだ計量化が行われる。

4 ポートフォリオ・ベースのリスクに関する指標

(1) VaR 指標以外のリスク指標⁴¹

ポートフォリオ・ベースのリスク（市場リスク及び非市場リスク）に関する指標について、市場の完全性を仮定しない場合には、VaR 指標に代わる指標が必要ではないかという議論が近時行われている。例えば、coherent なリスク指標であるためには、ポートフォリオのリスク指標 $\rho(\cdot)$ が以下の 4 つの条件を満たすことが必要であるとするとともに、VaR 指標は*1 の条件を満たさないとされる。

$$\begin{aligned} *1 \quad & \rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y) && \text{[sub-additivity]} \\ *2 \quad & \rho(t \cdot X) = t \cdot \rho(X) && \text{[homogeneity]} \\ *3 \quad & \rho(X) \geq \rho(Y), \text{ if } X \leq Y && \text{[monotonicity]} \\ *4 \quad & \rho(X + r \cdot n) = \rho(X) - n && \text{[risk-free condition]} \end{aligned} \tag{32}$$

そこで、VaR 指標に代えて、新しいリスク指標が提案されている。具体的には、「VaR を超える期待損失 (expected loss exceeding VaR)」、即ち、「 α の確率で超えることのない価値を $-VaR$ とした場合に、 $-VaR$ を超える損失が発生する期待値」であり、Conditional VaR (CVaR)、Mean Excess Loss、Mean Shortfall、Tail VaR とも呼ばれる。

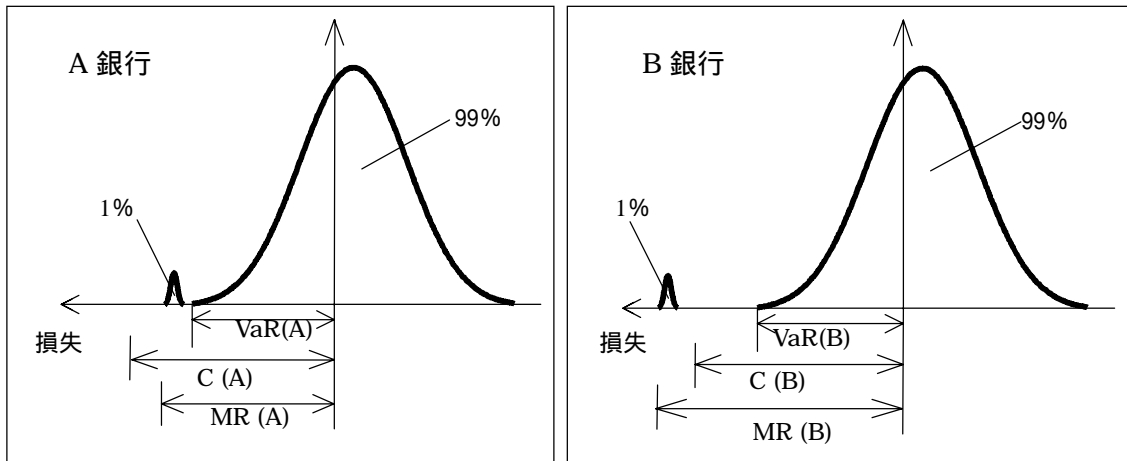
(2) 信用ポートフォリオに係るリスク指標⁴²

信用ポートフォリオに係るリスク指標として信用 VaR を用い、これに基づいて銀行の規制上の所要自己資本を設定する場合には、以上のような問題が更に増幅されることとなる。例えば、図 16 で明らかなように、A 銀行と B 銀行のそれぞれの損失額の分布を比較すると、99%VaR 値 $VaR(\cdot)$ 、限界損失額 $MR(\cdot)$ 、自己資本額 $C(\cdot)$ について以下の関係が成り立ち得ることとなる。

$$\begin{aligned} C(A) = C(B) \text{ かつ } VaR(A) = VaR(B) \\ C(A) > MR(A) \text{ , } C(B) < MR(B) \end{aligned} \tag{33}$$

⁴¹ 脚注 8 に掲載の論文を参照。

⁴² 枇々木[1999]参照。

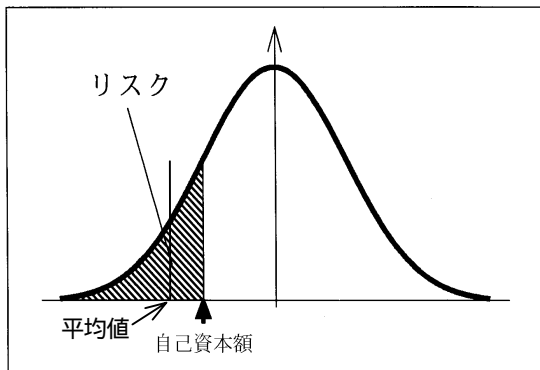


(図 16) A 銀行、B 銀行における損失額の分布

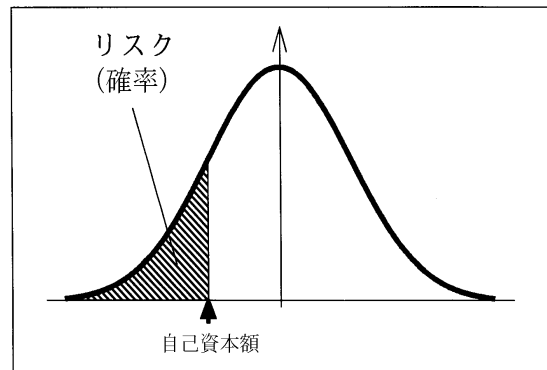
そこで、信用リスクを計測するための指標として、例えば、自己資本額を超える部分の損失額の期待値：ESC (Expected Shortfall below Capital) や、損失額が自己資本額を超える確率：SPC(Shortfall Probability below Capital)等が考えられる。ESC は、上記の VaR を超える期待損失に対応するものである。

$$ESC = E[\max(\text{損失額} - \text{自己資本額}, 0)] \quad (34)$$

$$SPC = \Pr\{\text{損失額} - \text{自己資本額} > 0\} \quad (35)$$



(図 17a) ESC



(図 17b) SPC

5 邦銀における信用リスク管理モデルの実務的進展

(1) 邦銀における信用格付けの実施状況

邦銀における信用格付けの実施状況を調査（1998年3月末時点）したものととして FISC[1998b]があり、その結果（表5）を見ると、実務レベルでも相当進展していることが伺われる。

また、邦銀における信用格付けの定義例を表6に、債務者毎の格付けをベースに保証・担保状況や資金用途を加味した案件格付けのモデル例（邦銀）を図18に示す。

(表5) 邦銀における信用格付けの実施状況⁴³

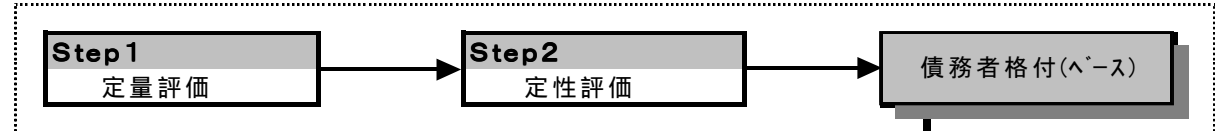
調査項目	都銀・長信銀等・信託	地銀・第二地銀協加盟行
債務者格付けの実施状況	実施済みは100%	実施済みは約70%、2年以内に実施予定まで含めると100%
全与信先に対する債務者格付けの実施割合	与信先数ベース、与信金額ベースとも90%以上が多数	与信先数ベースで50%未満が多数、与信金額ベースで75%以上が多数
利用している格付けの種類	内部格付けのみが70%以上、内部格付けと外部格付けの併用を入れると100%	内部格付けのみが80%以上、内部格付けと外部格付けの併用を入れると100%
格付けの段階数	10段階以上が90%以上(10段階が約50%と多い)	8段階以上と7段階以下がほぼ50%ずつ(5段階が約30%、10段階が約20%と多い)
定量要因の指標数	10項目以内が30%以下、10~20項目が50%以上	10項目以内が約50%、10~20項目が約40%
財務諸表データの補正・修正	地域・業種に基づく補正・修正、個社ごとの補正・修正とも、約80%が実施	地域・業種に基づく補正・修正は40%以上が実施、個社ごとの補正・修正は70%以上が実施
定性要因の加味・比重	加味しているのは80%以上、定性要因3割以下が60%以上	加味しているのは80%以上、定性要因3割以下が60%
取引方針の加味	加味しているのは10%以下	加味しているのは50%以上
格付けの見直し頻度	6ヶ月が5%、1年まで含めると100%	6ヶ月が10%以下、1年まで含めると約100%
格付けの最終決定部署	審査部(二次付与)が50%、審査部から独立した部署が20%以上	審査部(二次付与)が80%以上、審査部から独立した部署が10%以下
案件格付けの実施	約30%が実施	約20%が実施

(表6) 邦銀における信用格付けの定義例

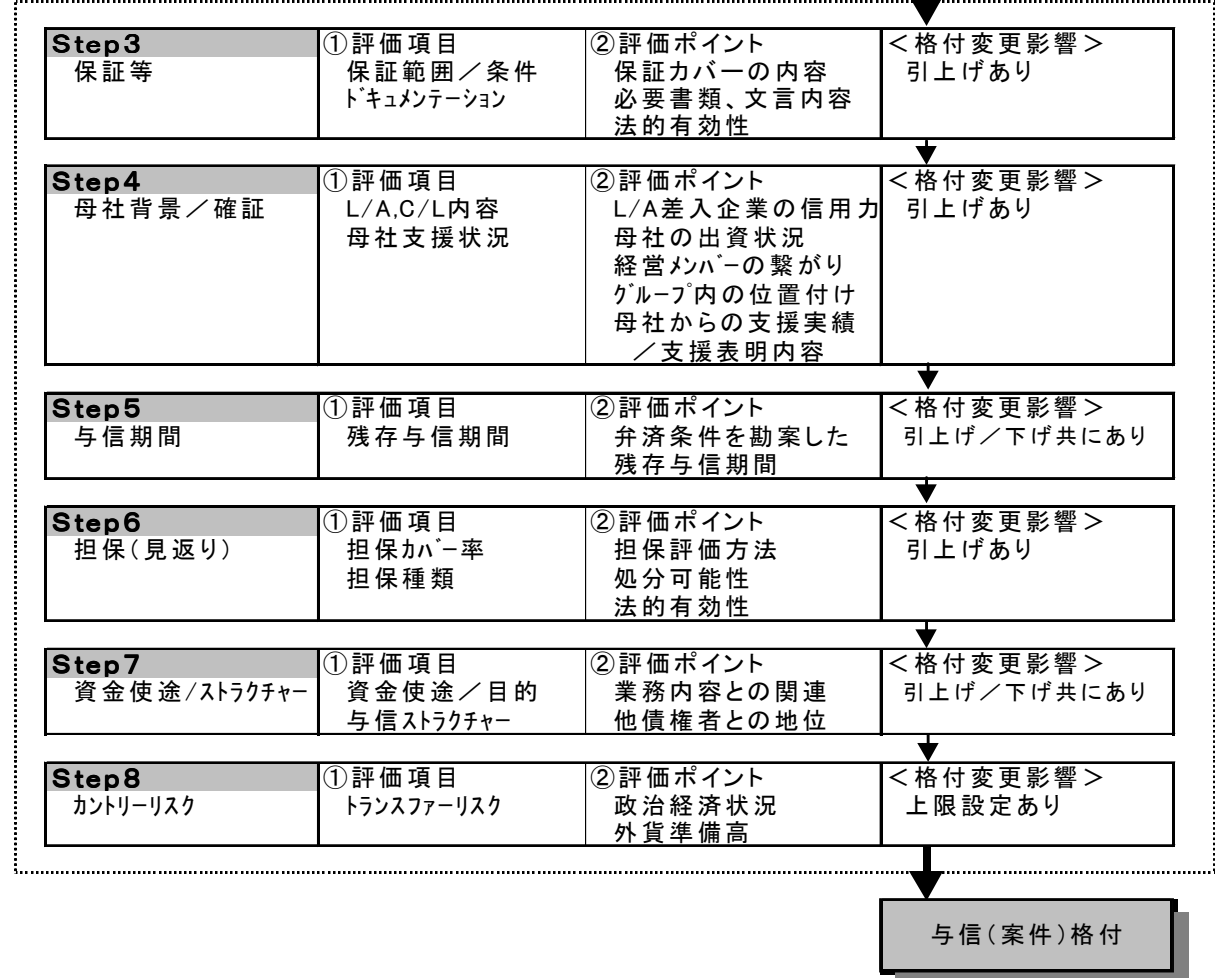
格付	リスクの程度	定義	自己査定 の債務者区分	
1	実質リスク無	債務履行の確実性は極めて高い水準にある。	正常先	
2	リスク僅少	債務履行の確実性は高い水準にある。		
3	リスク少	債務履行の確実性は十分である。		
4	平均水準比 良 好	債務履行の確実性は認められるが、将来環境が大きく変化した場合、その影響を受ける可能性がある。		
				a
				b
5	平均水準	債務履行の可能性は当面問題ないが、将来環境が変化した場合、その影響を受ける可能性が強い。		
			a	
			b	
6	許容可能 レベル	債務履行の可能性は当面問題ないが、将来安全であるとは言えない。		
			a	
			b	
7	平均水準比低位	債務履行は現在問題ないが、財務内容が相対的に低位にある。	要注意先	
8	予防的 管理段階	貸出条件・履行状況に問題、業況低調ないしは不安定等、今後の管理に注意を要する。		
				A
9	重 管理段階	今後、経営破綻に陥る可能性が大きいと認められる。	破綻懸念先	
10		要 段階	深刻な経営難の状態にあり、実質的に経営破綻に陥っている。	実質破綻先
				経営破綻に陥っている。

⁴³ 調査対象は、都市銀行(9)・長期信用銀行(3)・信託銀行(7)の全行、地方銀行(53行;82.8%)、第二地方銀行協会加盟行(41行;66.1%)のほか、信用金庫等の金融機関(計349)

【債務者格付】



【与信（案件）格付のフォーミュラ】



（図 18）邦銀における案件格付けのモデル例 （出典）FISC[1998a]

(2) 邦銀における信用リスク管理モデルの比較

邦銀においては、バブル経済の崩壊の経験に基づき、各行がリスク管理の重要性について再認識した上で、その強化のために十分な資源を投入する観点から、主要行だけでなく、相当数の地方銀行も含めて、信用リスク管理モデルの導入が行われている。その数例と外国の主要なモデルとの比較を表7に示す。

邦銀の信用リスク管理モデルの特徴を概括すれば、次のとおりである。

【幅広い顧客ベース】

主要行の与信ポートフォリオは、大企業への大口融資だけでなく、多数の中堅中小企業（数万社～10万社程度）及び個人を含む極めて分散化されたポートフォリオとなっている。この

ため、財務データ及び主観的判断に基づく行内格付けを中心としたアプローチがとられるとともに、部分的集中リスクと分散されたポートフォリオのリスクを正しく把握するため、計量手法に工夫がなされている。計量手法としては、主にモンテカルロ・シミュレーション・ベースのモデルが採用され、全体ポートフォリオと部分ポートフォリオのリスクを統合ベースと区分ベースで把握し経営上のレビューへの活用が行われている。また、解析法による場合にも、こうした複雑なポートフォリオの損失分布を正しく把握するため、例えば、特性関数から逆フーリエ変換により分布関数を推定する等の方法がとられている。

【債権の長期保有】

本邦においては、基本的にメインバンク制がとられており、また、長期的取引関係に基づく収益メリットを追求する観点から、信用リスク管理モデルにおいても、短期与信をロールオーバーにより1年に延長し（基本的な契約期間）、更に、満期までのリスクについて計量化する等の工夫がなされている。その結果、信用リスク管理モデルのタイプとして、格付遷移確率に基づく多期間モデルが一般的であり、また、リスク指標が時価ベースと簿価ベースの両建てで算出されることも多い。

【分散化されたポートフォリオ】

中堅・中小企業等の分散化されたポートフォリオのリスク算定に当たっては、相関が大きなインパクトをもつため、信用リスク管理モデルにおいては、リスク特性を考慮し、業種、地域等のセクター間の相関のほか、グループ企業に係る親子会社関係や関連会社関係の情報も相関に織り込んで計量化が行われている。特に、これらの相関をシミュレーションにより求め、それによりデフォルト・シミュレーションを行う等の方法がとられている。

【回収効果】

邦銀の低格付先への融資は、担保付が大部分である。こうした特性から、信用リスク管理モデルにおいては、過去の担保回収における実績を様々な角度から検証し、計画期間での担保価値の低下リスクを織り込むという極めて保守的な方法により回収率が設定されている。一般に、担保設定には融資契約により銀行に強い裁量があり、契約更改時に格付低下等の信用事由がみられる場合に追加担保を要求することを考慮すれば、契約期間におけるダウンサイド・リスクを考慮した回収率設定は、十分に保守的に行われていると考えられる。

以上のように、邦銀における信用リスク管理モデルは、邦銀の経営戦略や歴史的背景に基づく邦銀固有の与信特性等を考慮・反映したものとなっており、その結果として、インベストメント・バンク等を主に念頭に置いている外国のモデルの方向とは必ずしも一致していないが、我が国の実務の実態や経済情勢により適合的なモデルが開発・導入されている。

(表7) 邦銀における信用リスク管理モデル(主要行の例)と概要比較

	A 邦銀	B 邦銀	C 邦銀	D 邦銀	(参考)	
					CreditMetrics TM	CreditRisk ^{+TM}
クレジットイベントの定義 デフォルトによる損失 格付変化による損失	格付変動方式 考慮する 考慮する	デフォルト方式 考慮する 考慮しない	デフォルト方式 考慮する 考慮しない	デフォルト方式 考慮する 考慮しない	格付変動方式 考慮する 考慮する	デフォルト方式 考慮する 考慮しない
算出するリスク量	損失額 (簿価ベース)	損失額 (簿価ベース)	損失額 (簿価ベース)	損失額 (簿価ベース)	資産価値の変動額 (時価ベース)	損失額 (時価ベース)
エクスポージャーの変動	デリバティブについて 考慮	考慮する	考慮しない	考慮しない	考慮しない	考慮しない
デフォルト率	確率変数 (経験分布)	確率変数 (対数正規分布)	確定的	確率変数 (対数正規分布)	確定的	確率変数 (ガンマ分布)
リスク評価期間	満期迄を1年単位で把握 (最長5年)	1年以内のデフォルト を把握	半年・1年を選択可	1年・満期迄を選択可能	1年以内のデフォルト を把握(多期間化可能)	1年以内のデフォルト を把握(多期間化可能)
回収率	確定的	確定的	担保による回収率は確 率変数(対数正規分布)	確定的	確率変数 (ベータ分布)	確定的
デフォルトの相関の考慮	考慮する (業種間相関・業種と個 社間の相関を考慮)	考慮する (与信集中効果をリス クとして加算)	考慮する (主成分ファクターへ の感応度を導入)	考慮する (業種間、業種内個社相 関、グループ系列を考 慮)	考慮する	セクターに分ければ把握 可能
景気変動による影響	考慮する	考慮しない	考慮する	景気変動のシナリオ分 析機能あり	考慮しない	考慮しない
計算手法	モンテカルロ法 (企業資産価値モデル)	解析法 (デフォルトハザード 率にワイブル分布を仮 定)	解析法 (フーリエ変換法)	モンテカルロ法と解析 法の組み合わせ	モンテカルロ法 (企業資産価値モデル)	解析法 (デフォルト率の発生頻 度にポアソン分布を仮 定)

(出典) CreditMetricsTM、CreditRisk^{+TM}についてはFISC[1998]表35を一部加工。

(参考文献)

- 家田明[1999]「社債流通価格にインプライされている期待デフォルト確率の信用リスク・プライシング・モデルによる推定」,日本銀行金融研究所,IMES DISCUSSION PAPER SERIES,1999年
- 家田明・吉羽要直[1999]「社債流通価格にインプライされている期待デフォルト確率の信用リスク・プライシング・モデルによる推定(2)」,日本銀行金融研究所,IMES DISCUSSION PAPER SERIES,1999年
- 池森俊文[1999]「信用リスク管理をめぐって」,大蔵省財政金融研究所,フィナンシャル・レビュー第51号,1999年6月
- 池森俊文[1997]「信用リスクを計測する方法について」,金融工房 Vol.3 No.1,1997年1月
- 王京穂[1997]「信用リスク - その数量化とプライシング」,MPTフォーラム講演論文,1997年9月
- 太田三郎[1996]『企業倒産の研究』,同文館,1996年
- 太田三郎[1994]「経済環境の変化と企業倒産」,国府台経済研究,6(2),257-285,1996年
- 小田信之・村永淳[1996]「信用リスク管理の定量化手法について」,日本銀行金融研究所,金融研究,1996年11月
- 小田信之[1996]「信用リスクを反映した金融商品のプライシング」,日本銀行金融研究所,IMES DISCUSSION PAPER SERIES,1997年
- 木島正明編著[1998]『金融リスクの定量化(下) クレジット・リスク』,金融財政事情研究会,1998年
- 木島正明[1994]『ファイナンス工学入門第II部 派生証券の価格付け理論』,日科技連,1994年
- クリス マッテン著,金融フロンティアズ訳[1998]『21世紀の銀行経営』,金融財政事情研究会,きんざい 1998年
- 後藤実男[1989]『企業倒産分析と会計情報』,千倉書房,1989年
- 今野浩[1995]『理財工学 平均・分散モデルとその拡張』,日科技連,1995年
- さくら銀行「さくら銀行のROE マネジメント」,さくら銀行ホームページ
- 島義夫[1997]『信用リスク,格付,債券投資入門』シグマベイスキャピタル,1997年
- ジョン B カウエット・エドワード I アルトマン・ポール ナラヤナン共著,高橋秀夫監修[1999]『クレジット・リスク・マネジメント』,シグマベイスキャピタル,1999年
- 鈴木茂央[1997]「デフォルト率推定誤差を考慮した社債ポートフォリオの信用リスク評価問題」,日興証券投資工学研究所,投資工学,1997年秋季号
- 鈴木茂央[1996]「信用リスクと社債評価」,証券アナリスト・ジャーナル,1996年7月
- 関野勝弘[1997]「金融リスク計量化の一考察」,Private Communication,1997年6月
- 関野勝弘[1996]『信用リスク管理への挑戦』,金融財政事情研究会,1996年
- 関野勝弘・杉本浩一[1994]『リスクマネジメント』,金融財政事情研究会,1994年
- 豊澤泰寿[1997]「複数の資産で構成されるポートフォリオのクレジットリスクの定量化のフレームワーク」,証券アナリストジャーナル,1997年10月
- 中林歩・佐々木正信[1998]「信用リスク定量化モデルと邦銀への適用」,富士通総研,FRI 研究レポート No.24,1998年
- 中山めぐみ・森平爽一郎[1998]「格付け選択確率の推定と信用リスク量」,JAFEE 大会 1998年夏
- 西田真二[1995]『ALM手法の新展開』,日本経済新聞社,1995年
- 日本格付投資情報センター「R&Iの信用リスク比率および格付推移行列について」,日本格付投資情報センター・ホームページ
- 枇々木規雄[1999]「信用リスク管理に Value at Risk は使えるのか?」,Mimeo,1999年
- FISC[1998a]『統合的リスク管理研究会 第2部報告書』,1998年
- FISC[1998b]「リスク管理に関するアンケート調査結果報告」,機関誌 No.206,1998年10月
- FISC[1996]『統合的リスク管理勉強会報告書』,1996年
- 室町幸雄・浅原大介[1997]「信用リスクの定量化とその応用」,信用リスク管理セミナー(日本 IBM)公演資料,1997年

- 森平爽一郎[1998]「倒産確率の推定と信用リスク管理：展望」,リスク管理と金融・証券投資戦略 (ジャフイー・ジャーナル 1998),東洋経済新報社
- 森平爽一郎[1997]「倒産確率推定のオプション・アプローチ」,証券アナリストジャーナル,1997年10月
- 森平爽一郎[1996]「倒産確率推定のファクターモデルと融資配分」,MTEC ジャーナル,No9,1996年
- 森平爽一郎「格付け予測の計量モデル」
- 森平爽一郎[1994]「倒産確率の推定と信用リスク管理モデル」,Mimeo,1994年
- 森平爽一郎・斎藤啓幸[1999]「倒産確率推定のオプション・アプローチ」,森平爽一郎編著『ファイナンシャル・リスクマネジメント』,朝倉書店,1999年
- 森平爽一郎・高橋秀夫[1996]「信用リスク管理の展望」,日本銀行金融研究所,金融研究,1996年11月
- 安田隆二・大久保豊[1998]『信用リスク・マネジメント革命』,金融財政事情研究会,1998年
- Aldrich, J. H. and A. D. Nelson [1984], "Linear Probability, Logit, and Probit Models." SAGE University Papers, No.45, SAGE Publications
- Altman, Edward I. [1984], "Corporate Financial Distress." John Wiley and Sons, 1984
- Altman, Edward I. [1983], "Why Business Fail." The Journal of Business Strategy, 3, 1983, 15-21
- Altman, Edward I. [1968], "Financial Ratios, Discriminate Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy." Journal of Finance, v23(4), 589-609
- Altman, Edward I., Giancarlo Marco and Franco Varetto [1994] "Corporate Distress Diagnosis: Comparisons Using Linear Discriminant Analysis And Neural Networks (The Italian Experience)." Journal of Banking and Finance, 1994, v18(3), 505-529.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J. M. and Heath, D. [1998], "Coherent Measures of Risk." Working Paper, Institut de Recherche Mathématique Avancée, Université Louis Pasteur et C.N.R.S, 1998
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J. M. and Heath, D. [1997], "Thinking Coherently." Risk 10, 1997, 68-71
- Beaver, William H. [1968a], "Alternative Accounting Measures As Predictors of Failure." Accounting Review, 1968, 43(1), 113-122
- Beaver, William H. [1968b], "Market Prices, Financial Ratios, and The Prediction of Failure." Journal of Accounting Research, 1968, 6(2), 179-192
- Beaver, William H. [1966], "Financial Ratios As Predictors of Failure." Journal of Accounting Research, 1966, 4 (Supp), 71-111
- Boys, W. J., D. L. Hoffman and S. A. Low [1989], "An Econometric Analysis of the Bank Credit Scoring Problem." Journal of Econometrics, July, 1989, 3-14
- Bucay, N. and Rosen, D. [1999], "Credit Risk of an International Bond Portfolio: a Case Study." ALGO Research Quarterly 2, 1999, 9-29
- Carty, Lea V., and D., Lieberman [1996], "Corporate Bond Defaults and Default Rates 1938-1995." Moody's Investors Service, Global Credit Research, Jan-1996
- Credit Suisse Financial Products [1997], "CreditRisk⁺"
- Duffie, Darrell and Kenneth J. Singleton [1994], "Econometric Modeling of Term Structures of Defaultable Bonds." Working Paper, Graduate School of Business, Stanford University, 1994
- Fischer Black and Myron Scholes [1973], "The pricing of options and corporate liabilities." Journal of Political Economy, 1973, 637-654
- Gupta, Y. P., Ramesh P. R. and Prabir K. B. [1990], "Linear Goal Programming as an Alternative to Multivariate Discriminant Analysis: A Note." Journal of Business Finance & Accounting, 1990, v17(4), 593-598
- Jarrow, Robert A., David Lando and Stuart M. Turnbull [1997], "A Markov Model for the Term Structure of Credit Risk Spreads." Review of Financial Studies 10 (2), 1997, 481-523

- Jarrow, Robert A. and Stuart M. Turnbull [1995], "Pricing Options on Financial Securities Subject to Credit Risk." *Journal of Finance* 50 (1), 1995, 53-86
- Jerome S. Fons [1997] 「デフォルト率を利用した信用リスクの期間構造モデルの構築」『証券アナリストジャーナル 1995年4月』, 日本証券アナリスト協会
- Johnson, H. and R. Stulz [1987], "The Pricing of Options with Default Risk." *Journal of Finance* 42 (2), 1987, 267-80
- Johnson, T. and R. W. Melicher [1994], "Predicting Corporate Bankruptcy and Financial Distress: Information Value Added by Multinomial Logit Models." *Journal of Economics and Business*, 46, 1994, 269-286
- Johnsson J. G., and M S.Fridson [1996], "Forecasting Default Rates on High-Yield Bonds." *Journal of Fixed income*, June, 1996, 69-77
- J.P. Morgan & Co. [1997], "CreditMetrics™ Technical Document." April 1997
- Kealhofer S. [1993], "Portfolio Management of Default Risk." working paper of KMV corporation, 1993
- Kijima, M. and K. Komoribayashi [1998], "A Markov Chain Model for Valuing Credit Risk Derivatives." *Journal of Derivatives*, Fall 1998, 97-108
- K. Nishiguchi, H. Kawai, and T. Sasaki [1998], "Capital Allocation and Bank Management Based on the Quantification of Credit Risk" *Federal Reserve Bank of New York : Economic Policy Review* , Vol4 No3, Oct.1998
- Lane, W. R., S. W. Looney and J. W. Wansley. [1986], "An Application of The Cox Proportional Hazards Model To Bank Failure." *Journal of Banking and Finance*, v10(4), 1986, 511-532
- Longstaff, F. and E. Schwartz [1995], "A Simple Approach to Valuing Risky Fixed and Floating Rate Debt." *Journal of Finance* 50 (3), 1995, 789-819
- Longstaff, F.A. [1995a], "How Mach Can Marketability Affect Security Values?" *Journal of Finance* 50 (5), 1995, 1767-1774
- Longstaff, F.A. [1995b], "Option Pricing and The Martingale Restriction." *Review of Financial Studies*, v8(4,winter), 1995, 1091-1124
- Looney, S. W., J. W. Wansley and W. R. Lane [1989], "An Examination of Missclassification with Bank Failure Prediction Models." *Journal of Economics and Business*, 41(4), 1989, 327-436
- Maddala G.S. [1983], "Limited Dependent and Qualitative Variables in Econometrics." Cambridge University Press, 1983
- Merton, Robert C. [1974], "On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates." *Journal of Finance* 29, 1974, 449-70
- Moody's Investors Service著, 日本興業銀行金融調査部訳.[1994], "グローバル格付分析." 社団法人金融財政事情研究会, 第1版, 1994
- Nelson Richard N. [1970], "Management Versus Economic Conditions as Contributors to the Recent increase in Bank Failures in Risk." *A Domestic Views*, Kluwer, 125-148
- Platt H.D. and Platt M.B. [1994], "Business cycle effects on state corporate failure rates." *Journal of Economics and Business*, 1994, 113-127
- Uryasev, S. and Rockafellar, R. T. [1999], "Optimization of Conditional Value-at-Risk", *Research Report #99-4* (June 23, 1999), Dept. of Industrial and Systems Engineering, University of Florida
- Wilson. T., [1997a] "Portfolio Credit Risk (1)." *Risk*, September, 1997
- Wilson. T., [1997b] "Portfolio Credit Risk (2)." *Risk*, October, 1997

本報告書に対するご意見等については、財団法人金融情報システムセンター（FISC）の下記連絡先までお寄せください。

リスク管理モデルに関する研究会 事務局

■ 金融監督庁長官官房企画課

〒100-0013 東京都千代田区霞が関 3-1-1

TEL 03(3506)6000 (代)

URL <http://www.fsa.go.jp>

■ 財団法人金融情報システムセンター総務部企画課

〒104-0042 東京都中央区入船 2-1-1 住友入船ビル 4F

TEL 03(5542)6050 (代)

e-mail creditrisk@fisc.or.jp

URL <http://www.fisc.or.jp>